

Wärmediagramme von Argonplasma bis 10^5°K mit Anwendungsbeispielen

Knoche, Karl-Friedrich

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 13, 1961,
S.73-108



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Wärmediagramme von Argonplasma bis 10^5 °K mit Anwendungsbeispielen¹⁾

Von Karl-Friedrich Knoche

Vorgelegt von F. Bošnjaković

(Eingegangen am 16. 6. 1961)

Summary: A Mollier enthalpy-entropy diagram is presented for argon plasma in the temperature range up to about 90 000 °K at pressures varying between 0,01 and 100 bar. The thermodynamic properties of the plasma have been calculated assuming thermodynamic equilibrium taking into account the enclosed black-body radiation. The graphical investigation of thermodynamic problems in the enthalpy-entropy-chart could be performed comparatively easily using additional auxiliary scales.

Furthermore, the possible existence of a thermodynamic equilibrium state is discussed. For argon-plasma a special nonequilibrium enthalpy-entropy diagram is constructed in the temperature range up to 100 000 °K. Applications of this diagram are demonstrated.

Übersicht: Für Argonplasma wird ein Mollier-Enthalpie-Entropie-Diagramm im Temperaturbereich bis über 90 000 °K und für Drucke von 0,01 bis 100 bar angegeben. Die thermodynamischen Zustandsgrößen sind unter der Voraussetzung thermodynamischen Gleichgewichts berechnet worden mit besonderer Berücksichtigung der Hohlraumstrahlung. Das Diagramm ist zusätzlich mit Hilfsskalen versehen worden, um ebene thermogasdynamische Vorgänge leichter graphisch verfolgen zu können.

Weiter werden die Fragen der Einstellung des thermodynamischen Gleichgewichts diskutiert. Für Argonplasma wird bis 100 000 °K ein spezielles Nichtgleichgewichts-Enthalpie-Entropie-Diagramm berechnet und aufgezeichnet. Für dieses Diagramm werden Anwendungsmöglichkeiten beschrieben.

1. Einführung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der numerischen und graphischen Behandlung von Zustandsänderungen der Materie im Plasmazustand. Derartige Fragen sind z. B. für die theoretische wie experimentelle Verfolgung von Wärmeübergangsproblemen, zur Untersuchung allgemeiner gasdynamischer Vorgänge unter dem Einfluß elektrischer und magnetischer Felder, sowie zur Erforschung neuartiger Antriebselemente in der Raketentechnik besonders interessant geworden.

¹⁾ Der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Hochschule Carolo Wilhelmina zu Braunschweig als Dissertation eingereicht am 16. Dezember 1960. Die Arbeit entstand am Wärmetechnischen Institut der Technischen Hochschule Braunschweig und wurde unterstützt vom Bundesministerium für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft, der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Deutschen Forschungsanstalt für Luftfahrt e. V.

In dem betrachteten Temperaturbereich liegt die Materie im Gaszustand vor, wobei die Moleküle mehr oder weniger in Atome, Ionen und Elektronen zerfallen sind. Ein derartiges Gasgemisch heißt nach Langmuir Plasma. Seine Zusammensetzung und thermodynamischen Zustandsgrößen lassen sich nach thermodynamisch-statistischen Methoden berechnen unter der Voraussetzung thermodynamischen Gleichgewichts. Derartige Berechnungen sind für eine Anzahl Stoffe bereits durchgeführt worden, wobei in der Regel elektronische Digitalrechner eingesetzt wurden. Für Luft wurden Zustandswerte berechnet u. a. von *Hilsenrath* [1] bis 15 000 °K, von *Logan* und *Treanor* [2] bis 10 000 °K, von *Gilmore* [3] bis 24 000 °K. *Sänger-Bredt* [4] ermittelte Zustandswerte von Wasserstoff, Wasser, Sauerstoff und Gemischen bis 10 000 °K, *Predvoditelev* und Mitarbeiter [5] Zustandswerte für Luft bis 12 000 °K. Von *Bošnjaković* und Mitarbeitern [6] wurden Mollier-Enthalpie-Entropie-Diagramme für Wasserstoff und Argon bis 100 000 °K veröffentlicht.

Die vorliegenden Zustandswerte sind ausnahmslos unter der Voraussetzung thermodynamischen Gleichgewichts berechnet worden. Ob diese Annahme bei gegebenen Versuchsverhältnissen etwa im Lichtbogen oder im Stoßwellenrohr, realisiert ist, wurde von verschiedenen Autoren diskutiert [7, 8, 9, 10]. Danach kann in den meisten praktischen Fällen thermodynamisches Gleichgewicht angenommen werden, wenn nicht extrem kurze Zeiten oder hohe Temperaturen und kleine Drucke vorliegen. Bei kleinen Drucken werden nämlich die Stoßprozesse seltener; der Energieaustausch innerhalb des Plasmas erfolgt überwiegend durch Strahlung. Im thermodynamischen Gleichgewicht muß dabei die Zahl der Photoionisationen gleich der Zahl der Photorekombinationen sein. Das ist nur möglich, wenn der Plasmakörper in einem Hohlraum eingebettet ist, dessen Begrenzungen die Temperatur des Plasmas angenommen haben. Er wird dann von schwarzer Hohlraumstrahlung durchsetzt. Bei einem üblichen Lichtbogen beispielsweise wird aber ein großer Teil der erzeugten Strahlung an die Umgebung abgeführt, ohne weiter an Ionisationsvorgängen teilzunehmen. Wenn der Energieumsatz innerhalb des Plasmas überwiegend durch Strahlungsprozesse erfolgt, muß notwendig das Ionisationsgleichgewicht gestört sein. Die Frage, bei welchen Verhältnissen man mit überwiegender Zahl der Photoprozesse und somit einer Störung des Gleichgewichtszustandes zu rechnen hat, wird von *Finkelburg* und *Maecker* [7] diskutiert. Sie geben an, daß schon bei Niederstrombögen unter Atmosphärendruck beträchtliche Abweichungen vom Gleichgewichtszustand möglich sind. In der Astrophysik sind derartige Abweichungen vom Gleichgewicht bereits untersucht worden, z. B. der Ionisationszustand in der Sonnenkorona und in Gasnebeln [11]. Zustandsdiagramme für Argon mit einem Ionisationszustand entsprechend dem der Sonnenkorona wurden von *Sladzyk* [12] und *Tischbein* [13] berechnet. In der Plasmaphysik werden bisher aber vorwiegend nur Zustandswerte verwendet, die unter der Annahme thermodynamischen Gleichgewichts ermittelt worden sind.

Zur übersichtlichen Wiedergabe der Zustandswerte empfehlen sich graphische Darstellungsweisen. Unter diesen hat sich in vieler Hinsicht besonders das von *Mollier* eingeführte Enthalpie-Entropie-Diagramm (*i, s*-Diagramm) bewährt, da diesem die Aussagen des ersten und zweiten Hauptsatzes der

Thermodynamik zugrunde liegen. Beispielsweise lassen sich Düsen- und Mischungsprobleme in diesem Diagramm auf besonders einfache Weise darstellen. Zur Verfolgung allgemeiner thermogasdynamischer Vorgänge (z. B. Verdichtungsstöße) ist die Handhabung des Diagrammes durch zeitraubende Konstruktionen von Hilfslinien (Fanno- und Rayleighlinien) etwas umständlich. Hier bediente man sich bei idealen Gasen konstanter spezifischer Wärme, beispielsweise der Busemannschen Stoßpolarendiagramme oder des p, w -Diagrammes. Bei höheren Temperaturen ist man wegen der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmen und besonders im Dissoziations- bzw. Ionisationsgebiet auf rein numerische Verfahren angewiesen. Als Ergebnisse solcher numerischer Rechnungen wurden für Luft von *Feldmann* [14] Diagrammtafeln zusammengestellt. In jüngster Zeit wurde von *Lutz* [15, 16] ein Diagramm entworfen, in dem sich thermogasdynamische Vorgänge auch bei temperaturabhängigen spezifischen Wärmen und im Dissoziationsgebiet verfolgen lassen.

In der vorliegenden Arbeit werden für Argonplasmen Mollier-Enthalpie-Entropie-Diagramme angegeben, und zwar für den thermodynamischen Gleichgewichtszustand und einen speziellen Nichtgleichgewichtszustand, der den Verhältnissen in Lichtbögen kleiner geometrischer Abmessungen nahekommen dürfte. Darüber hinaus wird der Versuch gemacht, thermogasdynamische Vorgänge durch einfache graphische Methoden im Enthalpie-Entropie-Diagramm darzustellen.

Gemäß den Empfehlungen des wissenschaftlichen Beirates des VDI wurde den Berechnungen das Giorgische Maßsystem (MKSA-System) zugrunde gelegt.

2. Plasma im thermodynamischen Gleichgewicht

2.1 Allgemeines

Zur Berechnung der Eigenschaften eines Plasmas wird im allgemeinen thermodynamisches Gleichgewicht vorausgesetzt, das bedeutet, daß alle vorkommenden Energiezustände nach der Boltzmannstatistik verteilt sind. Für die Existenz eines Gleichgewichtszustandes ist nicht hinreichend, daß ein Beharrungszustand (Stationärzustand) vorliegt, bei dem etwa die Zusammensetzung in jedem Raumelement*) unveränderlich ist, und die dem Raumelement je Zeiteinheit zu- und abgeführte Energie- bzw. Stoffmenge gleich groß sind. Vielmehr muß im thermodynamischen Gleichgewicht strenggenommen jeder Energie- bzw. Stoffstrom, der in ein beliebiges Raumelement durch dessen Begrenzung eintritt, zur gleichen Zeit in gleicher Form, Menge und Zusammensetzung auch wieder austreten. Wird dem Raumelement z. B. elektrische Energie zugeführt, so muß auch elektrische Energie abgegeben, wird Strahlungsenergie zugeführt, so muß Strahlung auch wieder in gleicher Intensität und Spektralverteilung emittiert werden. Im Falle des Ionisationsgleichgewichts ergibt sich die bekannte EGGERT-SAHA-Gleichung. Weiter werden für das Plasma elektrische Neutralität und die Gültigkeit des idealen

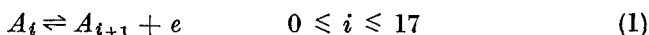
*) Das betrachtete Raumelement muß natürlich groß genug sein, um eine für die statistische Betrachtung hinreichende Anzahl von Teilchen zu beinhalten.

Gasgesetzes angenommen. Mit diesen Voraussetzungen lassen sich dann Zusammensetzung und thermodynamische Zustandsgrößen des Plasmas berechnen. Inwieweit sie bei gegebenen technischen Bedingungen als ausreichend erfüllt anzusehen sind oder nicht, soll weiter unten diskutiert werden.

2.2 Berechnung der Plasmazusammensetzung und der thermodynamischen Zustandswerte

In den letzten Jahren wurden von verschiedenen Autoren [1–6] für eine ganze Anzahl von Stoffen im Plasmazustand Zusammensetzung und Zustandsgrößen berechnet und die Berechnungsmethoden angegeben. Da diese grundsätzlich gleich sind, sollen sie hier nur für den einfachen Fall der Ionisation eines einatomigen Gases, Argon, kurz zusammengestellt werden.

Der Kern eines nichtionisierten Argonatomes ist von 18 Elektronen umgeben, die mit zunehmender Temperatur nacheinander abgegeben werden können, entsprechend der Reaktionsgleichung



Hierin sind die Symbole A_i , A_{i+1} für i -fach, $(i+1)$ -fach ionisierte Atome und e für die Elektronen gesetzt. Die zur Ionisation aufzuwendende Energie ist um so größer, je weniger Elektronen den Kern noch umkreisen; sie wird entweder der kinetischen Energie stoßender Teilchen (vorwiegend Elektronen) entnommen oder durch Absorption von Lichtquanten aufgebracht.

Für jede Reaktionsgleichung (1) läßt sich eine Gleichgewichtsbeziehung

$$K_i = K_i(P, T) = \frac{r_{i+1} \cdot r_e}{r_i} \quad (2)$$

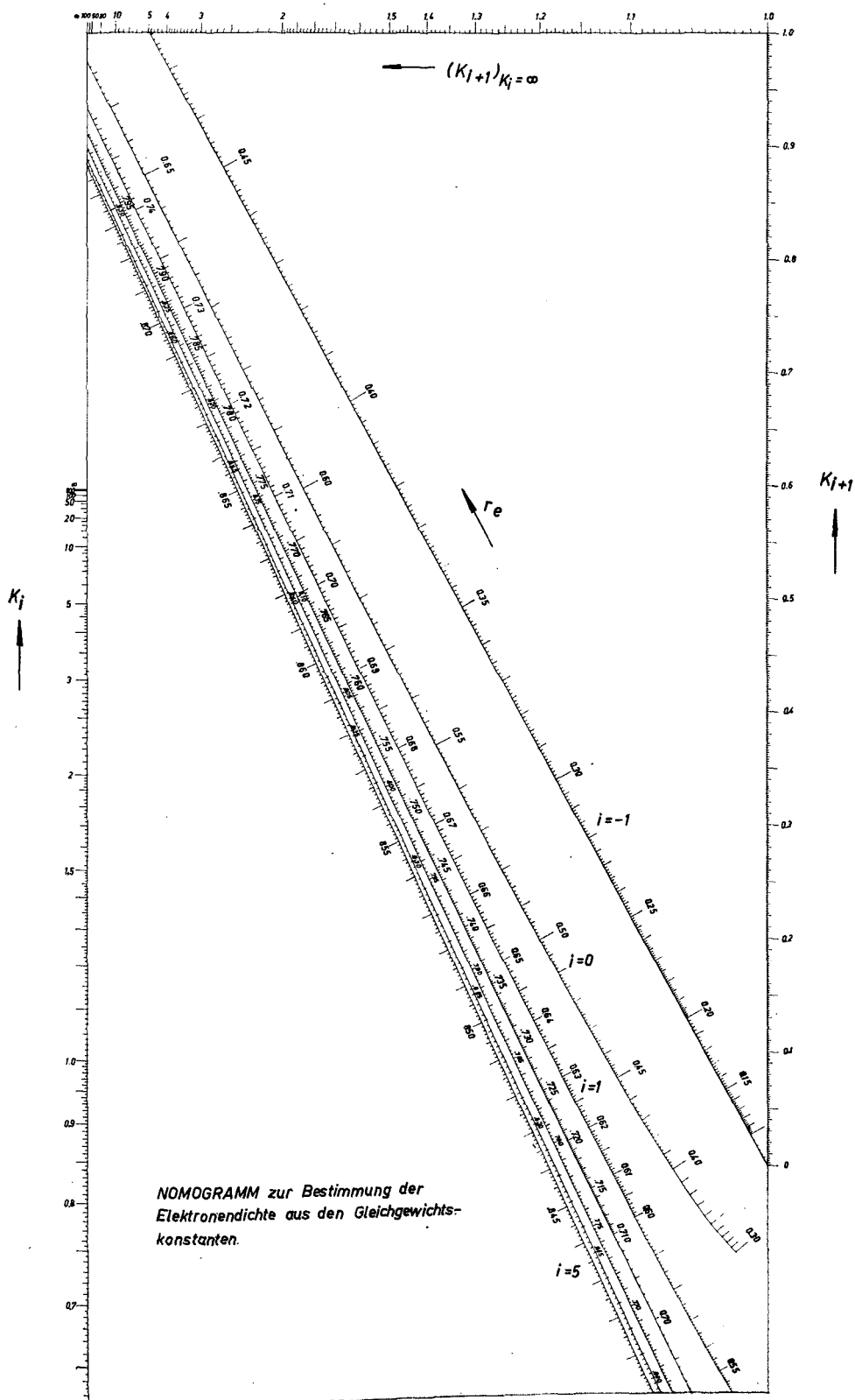
angeben, worin die Gleichgewichtskonstante K_i als Funktion von Temperatur T und Druck P aus den chemischen Gleichgewichtsgesetzen (EGGERT-SAHA-Gleichung) berechnet werden kann, und r die Raum- bzw. Molanteile der in (1) angeführten Komponenten bedeuten. Für die Raumanteile liefert das Daltongesetz die Beziehung

$$\sum_i r_i + r_e = 1, \quad (3)$$

und die Forderung elektrischer Neutralität im Volumen ergibt

$$\sum_i i \cdot r_i = r_e. \quad (4)$$

Die Gleichungen (2) bis (4) bilden ein nichtlineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Raumteile. Da bei vorgegebenen Temperatur- und Druckwerten nur wenige Ionisationsstufen gleichzeitig in nennenswerten Konzentrationen auftreten, läßt sich für numerische Rechnungen die Zahl der Bestimmungsgleichungen wesentlich reduzieren. Zur Vereinfachung der Rechnung wurde das Nomogramm (Tafel 1) aufgestellt. Es gibt allgemein die Auflösung der Gleichungen (2) bis (4) nach der Elektronenkonzentration r_e , wenn gleichzeitig drei Ionisationsstufen berücksichtigt werden und höchstens 7fach ionisierte Atome auftreten ($i = 5$). Die Skala $i = -1$ gestattet einmal die Berücksichtigung negativer Ionen, zum anderen bei Einfachionisation



Tafel 1.

($K_{-1} = \infty$) eine genauere Ablesung. Die rechte Nomogrammskala für K_{i+1} ist zur besseren Raumaussnutzung für $K_{i+1} > 1,0$ auf den oberen Rand des Nomogramms projiziert, wobei $K_i = \infty$ gesetzt wurde. Einige Ablesebeispiele: $K_0 = 5,0$ und $K_1 = 0,14$ ergibt auf der Skala $i = 0$: $r_e = 0,5275$ (Bild 1 a); $K_3 = 25,0$ und $K_4 = 1,86$ auf $i = 3$ ergibt $r_e = 0,8238$ (Bild 1 b). Hat man die Elektronendichte bestimmt, so ergeben sich die anderen Raumteile durch einfache algebraische Rechnung.

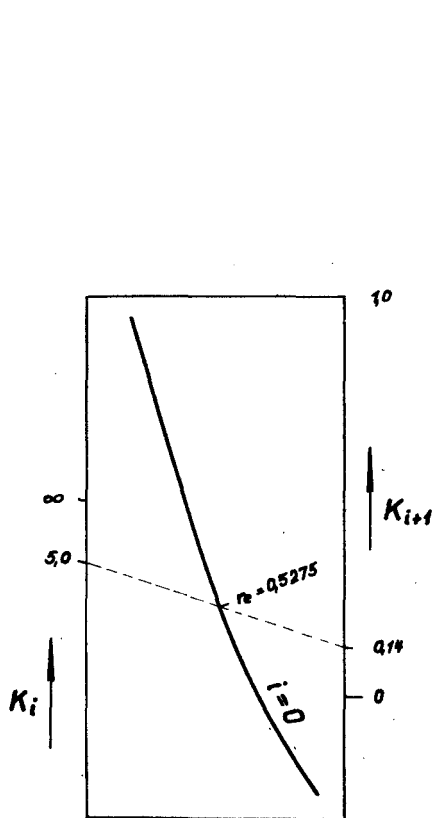


Bild 1 a.

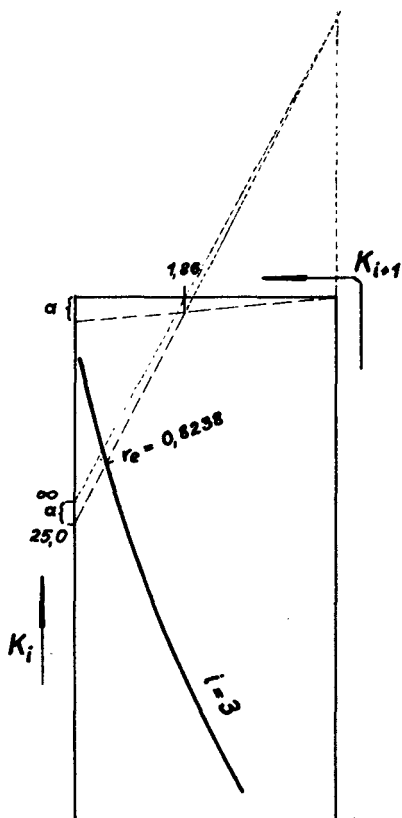


Bild 1 b.

Ablesebeispiele zum Nomogramm (Tafel 1)

Ist die Zusammensetzung ermittelt, so kann man die thermodynamischen Zustandsgrößen des Plasmas aus den Anteilen der Komponenten berechnen. Man erhält für die Enthalpie i

$$i = \frac{1}{m} \left\{ \sum_i r_i \cdot i_i + r_e i_e \right\}, \quad (5)$$

für die Entropie s

$$s = \frac{1}{m} \left\{ \sum_i r_i (s_i - R \ln r_i) + r_e (s_e - R \ln r_e) \right\} \quad (6)$$

und die Dichte

$$\varrho = \frac{P \cdot m}{R \cdot T}, \quad (7)$$

worin R die allgemeine Gaskonstante bedeutet.

Unter dem Molgewicht m sei die Masse eines Mols von der augenblicklichen Zusammensetzung verstanden, also die Masse von $L = 6,0237 \cdot 10^{23}$ freien Teilchen des Gasgemisches*). Die Enthalpien i_t und die Entropien s_t der Komponenten müssen nach bekannten thermodynamisch-statistischen Beziehungen gerechnet werden [7, 17, 18]. Die isentrope Schallgeschwindigkeit

$$w_s = \left(\frac{\partial P}{\partial \varrho} \right)_s = \left(\frac{\partial i}{\partial \ln \varrho} \right)_s^{1/2} \quad (8)$$

kann man in einem $i, \ln \varrho$ -Diagramm als Neigung der Isentropen ablesen.

Die hier angegebenen Berechnungsmethoden wurden in Zusammenarbeit mit Herrn Dr. *Neumann* vom Institut für Chemische Technologie der TH Braunschweig (Dir. Prof. Dr. *Kroepelin*) für den elektronischen Digitalrechner Z 22 programmiert [19]. Die Zahlenrechnungen für Argon wurden auf der Z 22 durchgeführt.

2.3 Der Einfluß der Strahlung auf die thermodynamischen Zustandsgrößen

Befindet sich das Plasma im thermodynamischen Gleichgewicht, so müssen die einzelnen Komponenten (Atome, Ionen und Elektronen) nicht nur untereinander, sondern auch mit der das Plasma durchsetzenden Strahlung im Gleichgewicht stehen. Die Forderung nach dem Gleichgewicht zieht nach sich, daß es sich hier nur um die schwarze Hohlraumstrahlung und keine andere Strahlungsart handeln kann. Bei hohen Temperaturen übt diese einen Druck aus (Strahlungsdruck) und liefert auch merkliche Beiträge zu den Zustandsgrößen. Es ist der Partialdruck der schwarzen Strahlung

$$P_{\text{str}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma}{c} \cdot T^4 = 0,252 \left(\frac{T}{10^5} \right)^4 \text{ bar}, \quad (9)$$

(Strahlungskonstante $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-11} \text{ kW/m}^2 \text{ K}^4$;

Lichtgeschwindigkeit $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

und der Strahlungsanteil an Enthalpie und Entropie

$$i_{\text{str}} = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{\sigma}{c} \cdot T^4 = 100,8 \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot \left(\frac{T}{10^5} \right)^4 \text{ kJ/kg} \quad (10)$$

$$s_{\text{str}} = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{\sigma}{c} \cdot T^3 = 1,008 \cdot \frac{1}{\varrho} \cdot \left(\frac{T}{10^5} \right)^3 \text{ kJ/kg K}. \quad (11)$$

*) Man beachte, daß sich die Molzahl bei der chemischen Reaktion im allgemeinen ändert und somit das hier benutzte Molgewicht m nicht konstant ist.

Diese Strahlungswerte hat man zu den durch (5) bis (6) gegebenen Größen hinzuzuzählen, es ist also

$$P_{\text{ges}} = P + P_{\text{str}}, \quad (12)$$

$$i_{\text{ges}} = i + i_{\text{str}}, \quad (13)$$

$$s_{\text{ges}} = s + s_{\text{str}}. \quad (14)$$

Interessant ist das Grenzverhalten bei vorgegebenem Gesamtdruck P_{ges} , wenn $P_{\text{str}} = P_{\text{ges}}$ wird. Der Partialdruck P der Materie geht dann gegen Null, und wegen (7) verschwindet die Dichte, i_{str} und s_{str} werden unendlich groß. In diesem Grenzfall nimmt eine vorgegebene Masse der Ausgangssubstanz einen unendlich großen Raum ein mit unendlich großem Energiegehalt. Jede Isobare nähert sich also asymptotisch einer bestimmten Grenzisotherme T_{grenz} (Bild 2).

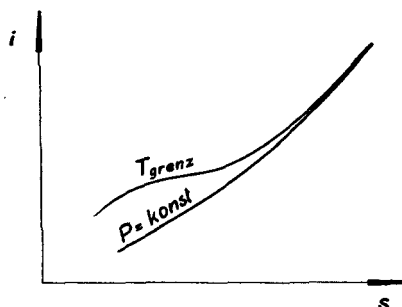


Bild 2. Asymptotischer Verlauf von Isobaren und Isothermen im Gleichgewichtsplasma mit Hohlraumstrahlung

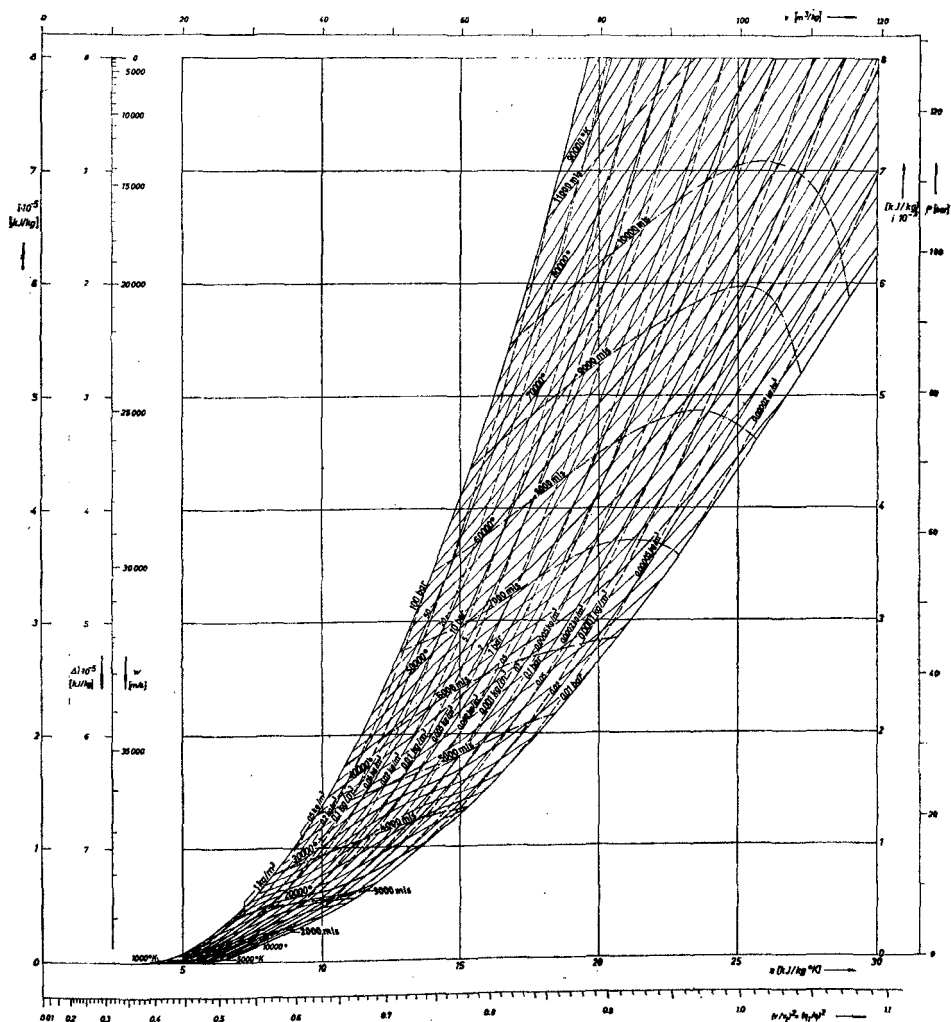
2.4 i, s -Diagramm für Argonplasma

Die berechneten Zustandswerte für Argonplasma wurden nach den Grundgedanken von *Mollier* in einem Enthalpie-Entropie-Diagramm dargestellt (Tafel 2). Diesem Diagramm liegen die allgemeinen Aussagen des ersten und zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik zugrunde, es hat sich daher bei der Verfolgung vieler thermodynamischer Prozesse als nützliches Hilfsmittel erwiesen. In dem vorliegenden i, s -Diagramm für Argonplasma sind eingetragen Linien konstanter Temperatur, konstanten Druckes, konstanter Dichte und konstanter Schallgeschwindigkeit (Schallisotachen). Letztere wurden graphisch in einem $i, \ln \rho$ -Diagramm ermittelt. Die Isothermen steigen mit beginnender Ionisation steil an, der Übergang zu einer anderen Ionisationsstufe macht sich in einer veränderten Krümmung der Isothermen bemerkbar. Die Neigung der Isobaren ist nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik gegeben durch

$$\left(\frac{\partial i}{\partial s} \right)_P = T. \quad (15)$$

Bei hohen Temperaturen und geringen Drucken ist der Einfluß der Strahlung auf die Zustandsgrößen deutlich erkennbar, die Isothermen steigen steil an

und nähern sich asymptotisch den Isobaren, während die Schallisotachen einen deutlichen Abfall im Kurvenverlauf zeigen. Bei der Ermittlung der Schallgeschwindigkeiten wurde vorausgesetzt, daß die Strahlung an allen



Tafel 2. Mollier-Enthalpie-Entropie-Diagramm für Argonplasma im Gleichgewicht unter Einschluß der Hohlraumstrahlung.

Zustandsänderungen des Plasmas teilnehmen kann. Ob diese Voraussetzung realisierbar ist, soll weiter unten diskutiert werden (s. 4.1).

Das Diagramm enthält weiterhin einen Geschwindigkeitsmaßstab, an dem unmittelbar Ausströmgeschwindigkeiten in Düsen als Differenz von Ruhe-

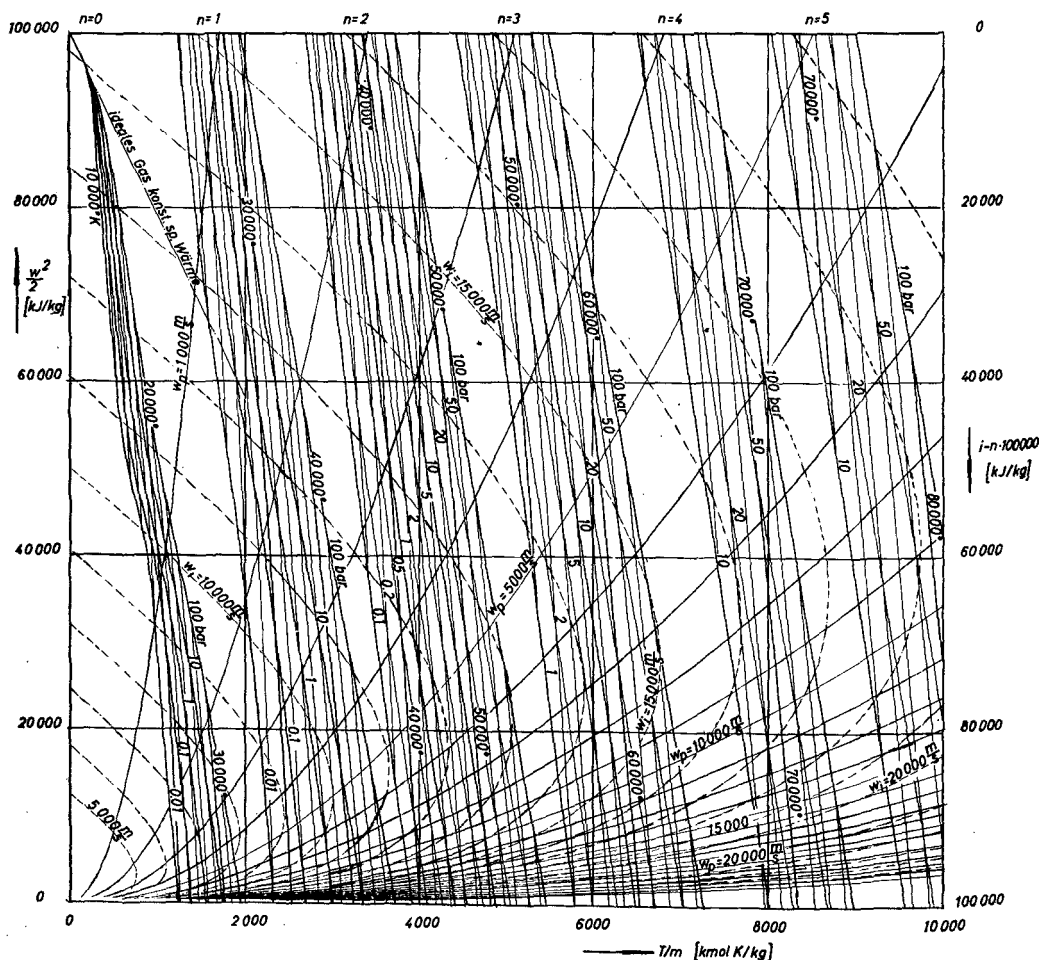
enthalpie i_0 und Enthalpie i im Austrittsquerschnitt abgelesen werden können nach der Beziehung

$$\frac{1}{2} w^2 = i_0 - i. \quad (16)$$

Zur Verfolgung von Stoß- und Mischungsvorgängen wurden am i, s -Diagramm zusätzliche Nomogrammskalen angebracht.

2.5 Strömungsdiagramm nach O. Lutz für Argonplasma

Zur graphischen Untersuchung von Strömungs- und Stoßvorgängen wurden die berechneten Werte in einem $i, T/m$ -Diagramm dargestellt, welches von Lutz [15, 16] vorgeschlagen wurde. Das Diagramm ist aus zwei Teilen zusammengesetzt (Tafel 3): einem thermodynamischen Zustandsdiagramm, in



Tafel 3. Strömungsdiagramm für Argonplasma nach O. Lutz.

dem die Enthalpie i über dem Quotienten $\frac{T}{m}$, und einem dynamischen Diagramm, in dem Geschwindigkeitsquadrate $\frac{w^2}{2}$ wieder gegen den Quotienten $\frac{T}{m}$ aus Temperatur T und Molgewicht m^*) aufgetragen wurden. Das thermodynamische Zustandsdiagramm enthält Isobaren und Isothermen; es können gegebenenfalls auch andere Zustandsgrößen eingezeichnet werden. Der dynamische Teil enthält auf Geschwindigkeiten reduzierte Drucke, w_P -Linien, mit

$$w_P = \frac{P}{\rho \cdot w} \quad (17)$$

(Druck P , Dichte ρ und Geschwindigkeit w) und die von *Lutz* eingeführte Impulsstromdichte w_i als Parameter mit

$$w_i = w_P + w. \quad (18)$$

Für isoplane Vorgänge sind die Linien gleicher Impulsstromdichte identisch mit den Rayleighlinien. Somit ermöglicht es die von *Lutz* gewählte Diagrammdarstellung erstmalig, die Rayleighlinien zu beziffern. Zur besseren Raumausnutzung wurde der thermodynamische Teil in sechs Enthalpiebereiche unterteilt und dem dynamischen überlagert.

Die Anwendungsmöglichkeiten des Diagrammes wurden von *Lutz* [15] eingehend beschrieben und an Zahlenbeispielen erläutert.

3. Darstellung von Stoß- und Mischungsvorgängen im i, s -Diagramm

3.1 Allgemeines

Bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten können gerade oder schiefe Verdichtungsstöße auftreten, bei denen sich Geschwindigkeit und Zustandsgrößen sprunghaft ändern. Solange man mit idealen Gasen konstanter spezifischer Wärme rechnen kann (bei nicht allzu großen Flugmachzahlen) lassen sich derartige Verdichtungsstöße übersichtlich im Busemannschen Stoßpolaren-diagramm oder im P, w -Diagramm [20] verfolgen. Bei sehr hohen Strömungsgeschwindigkeiten kann aber die Temperatur hinter dem Verdichtungsstoß so hohe Werte annehmen, daß die Materie dissoziiert bzw. ionisiert. In diesem Fall darf man auch nicht annähernd mit konstanter spezifischer Wärme rechnen, und man ist ausschließlich auf rein numerische Berechnungsmethoden angewiesen. Als Ergebnis solcher Rechnungen sind u. a. von *Feldmann* [14] Diagrammtafeln zusammengestellt worden, in denen charakteristische Größen (Temperatur, Enddruck, Dichte, Stoßwinkel u. ä.) graphisch dargestellt wurden. Für praktische Berechnungen sind solche Diagrammtafeln überaus nützliche Hilfsmittel, wenngleich sich die Auswirkungen von kleinen Änderungen in den Ausgangsparametern durch die große Anzahl der Diagramme nur schwer übersichtlich verfolgen lassen.

*) s. Seite 79.

Eine übersichtliche Darstellung allgemeiner ebener gasdynamischer Vorgänge ist in dem von *Lutz* angegebenen $i, T/m$ -Diagramm möglich. Hierin läßt sich die Veränderlichkeit der spezifischen Wärmen mit der Temperatur ohne weiteres erfassen, die Verfolgung von Vorgängen mit Dissoziations- bzw. Ionisationserscheinungen ist durch iterative Näherung möglich. Nachteilig ist, insbesondere bei starken Stößen, daß alle Endzustände in einem relativ engen Diagrammbereich zusammenfallen, wodurch die Ablesung sehr erschwert und die Ablesegenauigkeit beeinträchtigt wird. Prinzipiell lassen sich ebene Stoßvorgänge auch im i, s -Diagramm verfolgen durch Konstruktion von Fanno- und Rayleighlinien. Dies Verfahren ist aber für die praktische Auswertung recht unhandlich. Im folgenden soll versucht werden, diese Konstruktionen durch Verwendung graphischer Methoden zu vereinfachen. Es handelt sich hierbei um graphische Iterationsverfahren, bei denen aber durch die Darstellung im i, s -Diagramm alle auftretenden Dissoziations- bzw. Ionisationserscheinungen berücksichtigt sind. Die erforderlichen zusätzlichen Nommogrammskalen lassen sich ohne großen Aufwand an jedem vorhandenen i, s -Diagramm anbringen. Das Verfahren soll nun im einzelnen erläutert werden.

3.2 Der senkrechte Verdichtungsstoß

Für den senkrechten, ebenen Verdichtungsstoß können die Erhaltungssätze für die Masse, die Energie und den Impuls wie folgt angeschrieben werden:

Masse
$$\varrho_1 w_1 = \varrho_2 w_2 \quad (19)$$

Energie
$$i_1 + \frac{1}{2} w_1^2 = i_2 + \frac{1}{2} w_2^2 \quad (20)$$

Impuls
$$P_1 + \varrho_1 w_1^2 = P_2 + \varrho_2 w_2^2. \quad (21)$$

Hierin kennzeichnet der Index „1“ den Zustand vor, der Index „2“ den Zustand nach dem Verdichtungsstoß. Die Gleichungen (19) bis (21) gelten für den adiabaten (wärmedichten) Stoß, wobei Einflüsse etwa vorhandener elektrischer oder magnetischer Felder nicht berücksichtigt sind. Man erhält durch Umformung

$$P_2 - P_1 = \varrho_1 w_1^2 \left[1 - \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \right] \quad (22)$$

$$i_2 - i_1 = \frac{1}{2} w_1^2 \left[1 - \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2} \right)^2 \right]. \quad (23)$$

Durch Division der beiden Gleichungen ergibt sich mit dem spezifischen Volumen $v = \frac{1}{\varrho}$ die Rankine-Hugoniot-Gleichung

$$\frac{i_2 - i_1}{P_2 - P_1} = \frac{1}{2} (v_1 + v_2). \quad (24)$$

In Gleichung (24) ist die Enthalpie i mit dem Druck P und dem spezifischen Volumen v durch eine Zustandsgleichung

$$i = i(P, v) \quad (25)$$

verknüpft, die im i, s -Diagramm dargestellt ist. Die Zustandswerte vor dem Verdichtungsstoß sind im allgemeinen bekannt, so daß bei einer vorgegebenen Größe i_2 , P_2 oder v_2 mit der Beziehung (25) der Zustand „2“ nach dem Stoß eindeutig festgelegt ist. Variiert man den Zahlenwert der vorgegebenen Größe, so erhält man alle möglichen, zum Ausgangszustand „1“ gehörigen Endzustände „2“. Im i, s -Diagramm läßt sich so eine „Stoßlinie“ (Rankine-Hugoniot-Kurve) einzeichnen, die natürlich keine Zustandslinie, sondern viel-

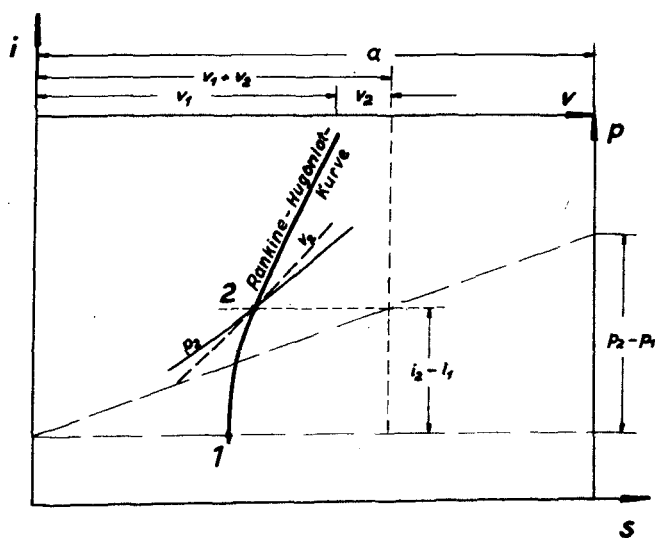


Bild 3. Konstruktion der Rankine-Hugoniot-Kurve im i, s -Diagramm

mehr von der Wahl des Ausgangszustandes „1“ abhängig ist. Diese Linie ist somit Verbindungslinie der Schnittpunkte aller möglichen Fanno- und Rayleighlinien durch den Ausgangszustand „1“. Zum Einzeichnen dieser Stoßlinie in das i, s -Diagramm ergibt sich aus der Beziehung (24) eine einfache graphische Konstruktion, wenn man je eine Nomogrammskala „ P “ und „ v “ verwendet (Bild 3). Man gibt sich den Enddruck P_2 vor, trägt auf der P -Skala von i_1 aus die Strecke $(P_2 - P_1)$ ab, schätzt ein v_2 und ermittelt i_2 graphisch nach dem Strahlensatz (Bild 3)*). Mit i_2 und dem vorgegebenen Druck P_2 läßt sich das geschätzte Volumen v_2 überprüfen und notfalls korrigieren. Da v_2 klein gegenüber v_1 ist, führt dies Näherungsverfahren schnell zu einem Punkt der Rankine-Hugoniot-Kurve. Diese ist eine wenig gekrümmte

*) Die Konstante a enthält nicht nur den Zahlenwert 2 aus (24), sondern es können auch alle Umrechnungs- und Maßstabsfaktoren in diese Größe einbezogen werden.

Linie und läßt sich daher durch Wiederholung des Verfahrens mit ganz wenigen Punkten (etwa 3) über einen großen Enthalpiebereich genügend genau einzeichnen.

Die Beziehung (24) und deren geometrische Darstellung ändern sich nicht, wenn man statt P den Wert $P^* = h \cdot P$, und an Stelle von v den Wert $v^* = v/h$ einsetzt. Man hat somit die Möglichkeit, durch geeignete Wahl des Faktors h die gleichen Nomogrammskalen für alle im i, s -Diagramm vorkommenden Druck- und Volumenwerte zu verwenden.

Zur eindeutigen Festlegung des Zustandes „2“ nach dem Verdichtungsstoß auf der Rankine-Hugoniot-Kurve muß eine weitere Größe vorgegeben sein. Dies ist im allgemeinen die Stoßfrontgeschwindigkeit w_1 , durch die auch die Ruheenthalpie i_0 gegeben ist,

$$i_0 = i_1 + \frac{1}{2} w_1^2 = i_2 + \frac{1}{2} w_2^2. \quad (26)$$

Die Endenthalpie i_2 erhält man aus den Beziehungen (23) und (26) zu

$$i_0 - i_2 = (i_0 - i_1) \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2. \quad (27)$$

Diese Beziehung läßt sich unter Verwendung einer quadratischen Skala „ v^2 “ auch graphisch wiedergeben (Strahlensatz). Mit Hilfe der schon im i, s -Diagramm eingezeichneten Stoßlinie läßt sich das spezifische Volumen v_2 sehr leicht schätzen und ist notfalls zu korrigieren (Bild 4).

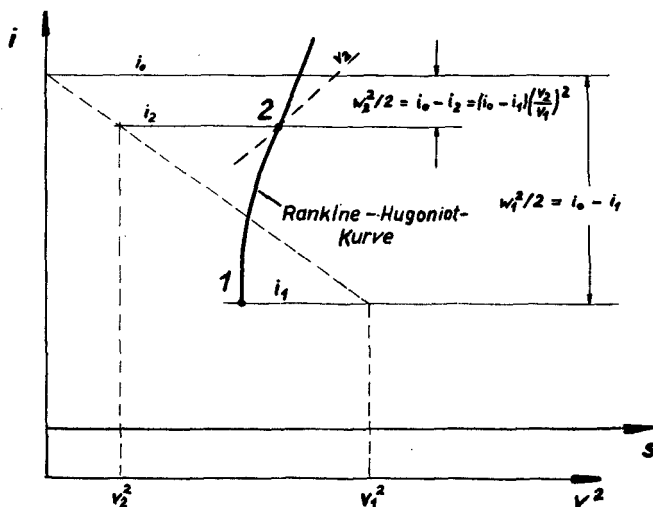


Bild 4. Endzustand „2“ beim senkrechten Verdichtungsstoß

Bei starken Stößen erhält man den Zustand „2“ angenähert als Schnittpunkt der Ruheenthalpie i_0 mit der Stoßlinie, da hier i_2 mit i_0 praktisch zusammenfällt. Da außerdem $i_2 \gg i_1$ und $P_2 \gg P_1$ ist, vereinfacht sich Gleichung (24) zu

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)_g = \frac{2 i_2}{P_2 v_2} - 1, \quad (24a)$$

wobei der Index „g“ den Grenzzustand bei starken Stößen anzeigen soll; für ideale Gase konstanter spezifischer Wärme folgt daraus die bekannte Grenzbeziehung

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)_g = \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \text{ (ideale Gase konstanter spezifischer Wärme). } \quad (24b)$$

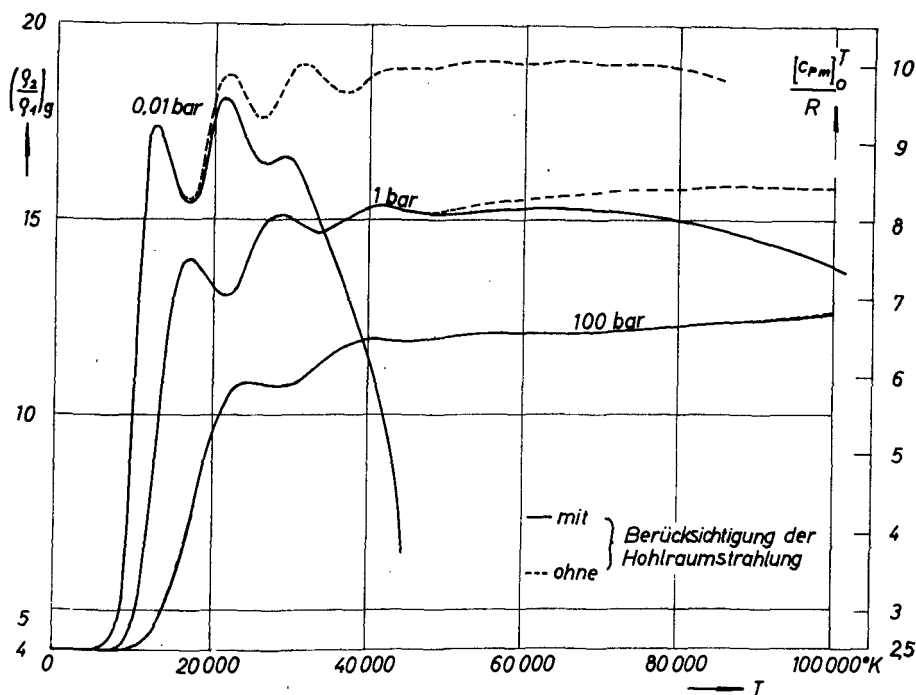


Bild 5. Grenzdichteverhältnis beim Stoß und mittlere spezifische Wärme für Argonplasma als Funktion der Temperatur

Unter dem Einfluß der Ionisation ergeben sich aber erhebliche Abweichungen von diesem Wert. In Bild 5 ist für Argonplasma das Verhältnis $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)_g$ nach Gleichung (24a) dargestellt in Abhängigkeit von der Temperatur T_2 mit dem Druck P_2 als Parameter. Man erkennt, daß die Werte von $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)_g$ mit beginnender Ionisation sehr stark ansteigen und beim Übergang zur nächsten Ionisationsstufe sich sehr stark ändern. In einigen Temperaturbereichen kann $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)_g$ hinreichend genau als konstant angesehen werden, was die graphische Konstruktion der Rankine-Hugoniot-Kurve erleichtert. Bei

kleinen Drucken macht sich der Einfluß der Hohlraumstrahlung durch eine beachtliche Verminderung der Enddichte (Dichte ρ_2 hinter dem Stoß) bemerkbar.

Bild 5 erlaubt noch eine weitere Deutung: Mit $P_2 v_2 = R T_2$ und $i_2 = T_2 [C_P]_0^{T_2}$ ist die Darstellung der Abbildung 5 nichts anderes als eine dimensionslose Auftragung der mittleren spezifischen Wärme $[C_P]_0^{T_2}/R$. Hierbei ist zu beachten, daß die Gaskonstante R nicht nur die Dimension, sondern auch die Bezugsmenge festlegt; setzt man beispielsweise $R = 8,315 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}}$, so ist die mittlere spezifische Wärme auf ein Augenblicksmol Plasma (d. s. $L = 6,0237 \cdot 10^{26}$ Teilchen) bezogen, will man sie auf eine Plasmamenge im Ausgangszustand beziehen, so muß für R die Gaskonstante der vorliegenden (Plasma-) Mischung eingesetzt werden.

Anwendungsbeispiel: Senkrechter Verdichtungsstoß in Argon, Ausgangszustand: $P_1 = 0,01$ bar, $T_1 = 300$ °K,

$v_1 = 62,5$ m³/kg; Konstruktion der Rankine-Hugoniot-Kurve:

$$\text{für } P_2 = 20 \text{ bar ist } i_2 = 0,683 \cdot 10^5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}};$$

$$\text{für } P_2 = 50 \text{ bar ist } i_2 = 1,708 \cdot 10^5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}};$$

$$\text{für } P_2 = 100 \text{ bar ist } i_2 = 3,365 \cdot 10^5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}};$$

Bei einer Stoßfrontgeschwindigkeit $w_1 = 20\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ wird

$$i_0 = 2,002 \cdot 10^5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ und der Zustand hinter dem Stoß}$$

$$i_2 = 1,985 \cdot 10^5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, P_2 = 60 \text{ bar und } T_2 = 46\,000^\circ \text{ K.}$$

Derartig hohe Stoßfrontgeschwindigkeiten lassen sich in einfachen Stoßrohren selbst bei sehr großen Druckverhältnissen nicht erzielen (von *Kantrowitz* und Mitarbeitern [21] wurden Stoßfrontgeschwindigkeiten bis etwa 5000 m/s angegeben), wohl aber bei magnetisch beschleunigten Stoßfronten. Hierbei sind Stoßfrontgeschwindigkeiten bis zu 60 km/s und mehr bereits gemessen worden [22, 23, 24].

3.3 Der schiefe Verdichtungsstoß

Ein schiefer Verdichtungsstoß läßt sich auffassen als Überlagerung eines geraden Verdichtungsstoßes und einer Parallelströmung in Richtung der Stoßfront. Zerlegt man die Anströmgeschwindigkeit in eine Komponente senkrecht zur Stoßfront und in eine zweite parallel zu dieser, so ist demnach die Abflußgeschwindigkeit zusammengesetzt aus der gleichen Tangentialgeschwindigkeit und einer Normalkomponente, die kleiner ist als die der Anströmgeschwindig-

keit. Aus den geometrischen Bedingungen vor und hinter dem Stoß lassen sich folgende Beziehungen ablesen (Bild 6 und 7):

$$\begin{aligned} \frac{w_{n1}}{w_1} &= \sin \gamma; & \operatorname{tg} \gamma &= \frac{w_{n1}}{w_t} \\ \operatorname{tg}(\gamma - \delta) &= \frac{w_{n2}}{w_t}; & \frac{\operatorname{tg}(\gamma - \delta)}{\operatorname{tg} \gamma} &= \frac{w_{n2}}{w_{n1}}, \end{aligned} \quad (28)$$

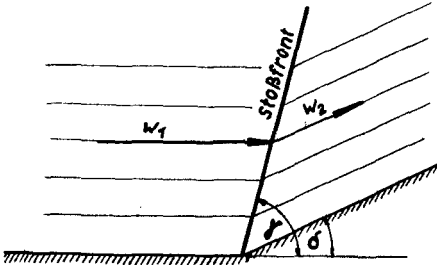


Bild 6. Schiefer Verdichtungsstoß

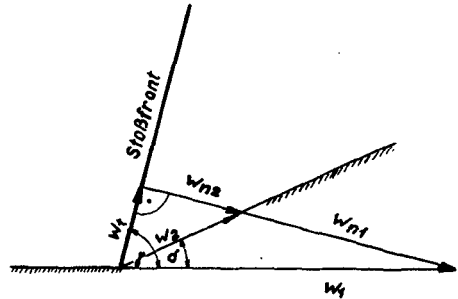


Bild 7. Geschwindigkeiten beim schiefen Stoß

Setzt man senkrecht zur Stoßfront die Erhaltungssätze an, so erhält man wieder die Gleichungen (19) bis (21), mit dem Unterschied, daß anstelle der Geschwindigkeiten deren Normalkomponenten einzusetzen sind. Somit ist Gleichung (24) auch für schiefe Verdichtungsstöße gültig und es liegen daher bei einem schiefen Verdichtungsstoß alle möglichen Endzustände, die zu einem vorgegebenen Ausgangszustand gehören, ebenfalls auf der in 3.2 beschriebenen Rankine-Hugoniot-Kurve. Mit der gegebenen Anströmgeschwindigkeit w_1 läßt sich die Ruheenthalpie i_0 abtragen (Bild 8).

Die zur Normalgeschwindigkeit w_{n1} gehörende Ruheenthalpie

$$i_{0n} = i_1 + \frac{1}{2} w_{n1}^2 = i_2 + \frac{1}{2} w_{n2}^2 \quad (29)$$

läßt sich bei bekanntem w_{n1} ebenfalls in das i, s -Diagramm einzeichnen. Diese unterteilt per definitionem die Strecke $i_0 - i_1$ in die Teile

$$i_{0n} - i_1 = \frac{1}{2} w_{n1}^2 \quad \text{und} \quad i_0 - i_{0n} = \frac{1}{2} w_t^2.$$

Durch diese Unterteilung wird aber auch in einem Thaleskreis mit dem Durchmesser $w_1^2/2$ der Stoßfrontwinkel γ festgelegt. Es verhält sich nämlich (Bild 9)

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b} = \sin^2 \gamma. \quad (30)$$

Mit $a = \frac{w_{n1}^2}{2}$ und $b = \frac{w_1^2}{2}$ wird also genau die geometrische Stoßfrontbedingung $\sin \gamma = w_{n1}/w_1$ (28) erfüllt.

Ist der Stoßfrontwinkel γ und außerdem der Ausgangszustand „1“ und die Anströmgeschwindigkeit w_1 vorgegeben, so läßt sich die Ruheenthalpie i_{0n} durch die Konstruktion des Thaleskreises bestimmen (Bild 8). Der Endzustand „2“ hinter dem Verdichtungsstoß liegt wieder auf der Rankine-Hugoniot-Kurve durch den Ausgangszustand „1“ und wird durch die Energiebeziehung

$$\frac{1}{2} w_{n2}^2 = i_{0n} - i_2 = (i_{0n} - i_1) \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \quad (31)$$

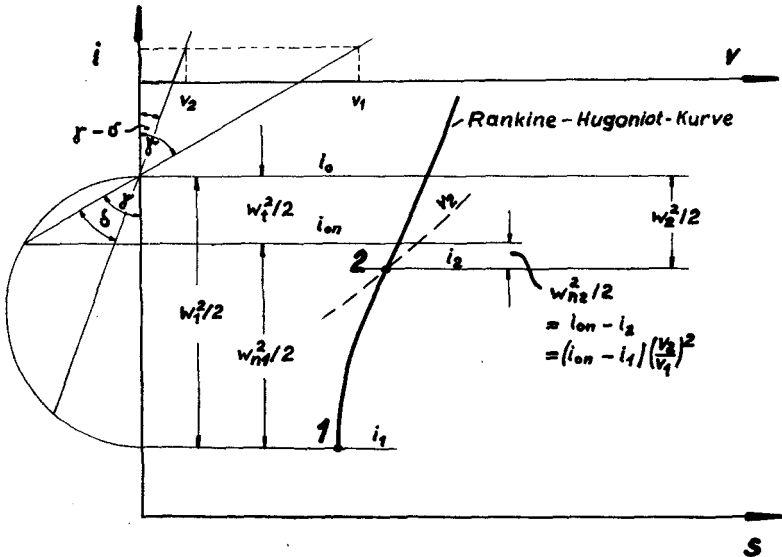


Bild 8. Schiefer Verdichtungsstoß mit bekanntem Stoßwinkel

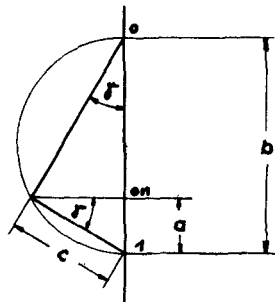


Bild 9. Stoßfrontwinkel im Thaleskreis

festgelegt. Die Bestimmung des Zustandes „2“ kann also wieder nach dem Strahlensatz mit Hilfe der v^2 -Skala erfolgen (vgl. 3.2). Die Geschwindigkeit w_2 läßt sich aus der Enthalpiedifferenz $i_0 - i_2$ am Geschwindigkeitsmaßstab ablesen (Bild 8).

Ist der Endzustand „2“ ermittelt, so läßt sich auch der Ablenkungswinkel δ zeichnen. Hierzu werden die spezifischen Volumina v_1 und v_2 auf der Parallelen zur „ v “-Skala abgetragen, die den freien Schenkel von γ bei v_1 schneidet. Dann ist wegen

$$\frac{\operatorname{tg}(\gamma - \delta)}{\operatorname{tg} \gamma} = \frac{w_{n2}}{w_{n1}} = \frac{v_2}{v_1} \quad (32)$$

der Winkel δ durch v_2 festgelegt (Bild 8).

Zahlenbeispiel: Schiefer Stoß mit gegebenem Stoßfrontwinkel $\gamma = 60^\circ$; Ausgangszustand $P_1 = 0,01$ bar, $T_1 = 300$ °K mit Anströmgeschwindigkeit $w_1 = 20\,000$ m/s; Endzustand $P_2 = 44$ bar, $T_2 = 38\,700$ °K, $v_2 = 5$ m³/kg; $w_2 = 10\,050$ m/s; $\delta = 51^\circ$.

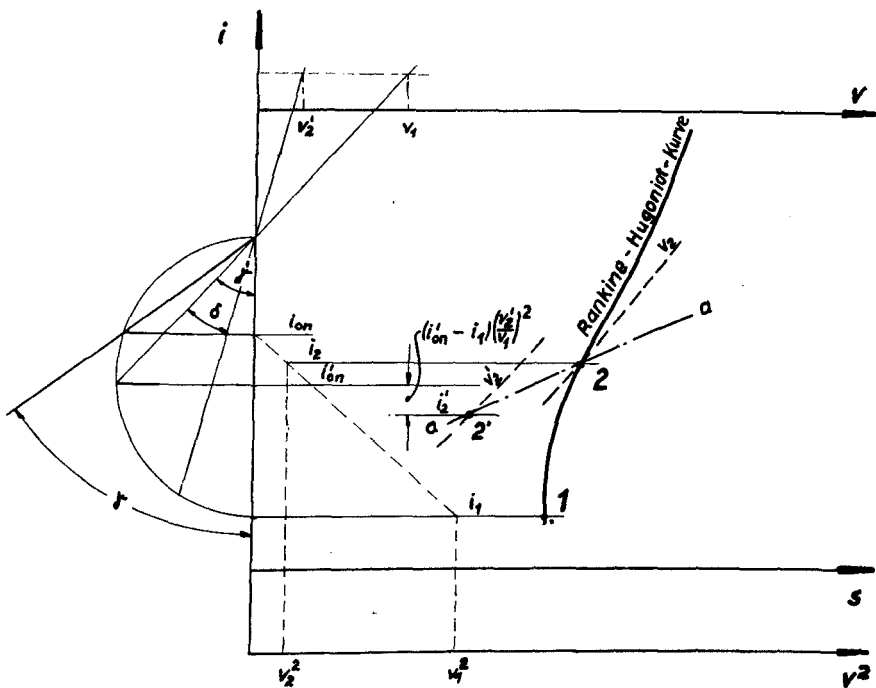


Bild 10. Schiefer Verdichtungsstoß mit vorgegebenem Anstellwinkel

In vielen praktischen Fällen wird nicht der Stoßwinkel γ , sondern vielmehr der Anstellwinkel δ gegeben sein. In diesem Falle schätzt man den Winkel γ' und trägt ihn im Thaleskreis ab, außerdem wird δ eingezeichnet (Bild 10). Nach der Beziehung (32) liest man an der Nomogrammskala „ v “ den Wert v_2' ab, zu dem man mit i_{0n}' aus der Beziehung (31) ein i_2' ermittelt. Durch Wiederholung des Verfahrens erhält man so im i, s -Diagramm einen Linienzug $a-a'$, der die Stoßlinie im gesuchten Endpunkt der Verdichtung schneidet. Hier liest man v_2 ab und ermittelt i_{0n} nach Gleichung (31) geometrisch (Bild 10). i_{0n} liefert im Thaleskreis den richtigen Winkel γ .

3.4 Mischung bei konstantem Querschnitt

Werden in einer Rohrstrecke konstanten Querschnitts zwei Ströme „1“ und „2“ gemischt (Mischzustand „m“) (Bild 11), so schreibt sich der Impulsatz in der Form

$$F_1 (P_1 + \varrho_1 w_1^2) + F_2 (P_2 + \varrho_2 w_2^2) = F_m (P_m + \varrho_m w_m^2). \quad (33)$$



Bild 11. Mischung bei konstantem Querschnitt

Hierin sind F die Strömungsquerschnitte, P Drucke, ϱ die Dichten und w die Geschwindigkeiten.

Mit $f_1 = F_1/F_m$ und $f_2 = F_2/F_m$, d. h.

$$f_1 + f_2 = 1 \quad (34)$$

wird Gleichung (33)

$$f_1 (P_1 + \varrho_1 w_1^2) + f_2 (P_2 + \varrho_2 w_2^2) = P_m + \varrho_m w_m^2 \quad (35)$$

oder

$$P_m + \varrho_m w_m^2 = P_2 + \varrho_2 w_2^2 + f_1 [(P_1 + \varrho_1 w_1^2) - (P_2 + \varrho_2 w_2^2)]. \quad (36)$$

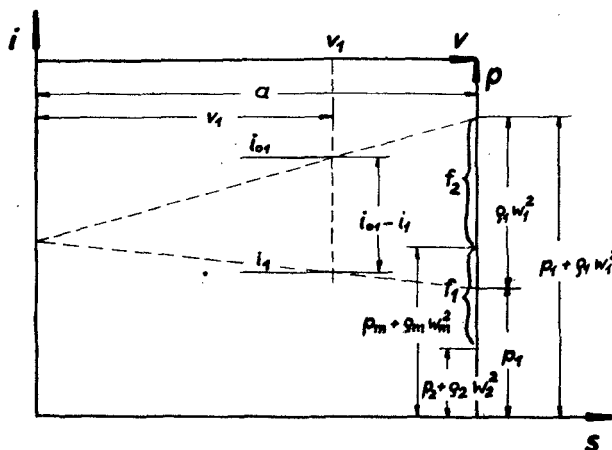


Bild 12. Impulsbedingung an der „P“-Skala

Aus den bekannten Zustandswerten „1“ und „2“, sowie aus dem Flächenverhältnis f_1/f_2 kann man die Strecke $P_m + \varrho_m w_m^2$ direkt an der P -Skala abgreifen (Bild 12). Hierbei können die Werte ϱw^2 wegen

$$\frac{\varrho w^2}{2} = \frac{i_0 - i}{v} \quad (37)$$

unter Verwendung der „v“-Skala aus den Enthalpiedifferenzen $i_0 - i$ nach dem Strahlensatz gewonnen werden (Bild 12), wobei die Konstante a die

Zahl 2 aus (37) und alle erforderlichen Umrechnungs- und Maßstabsfaktoren enthält. Es gilt weiterhin mit der in der Zeiteinheit durchströmenden Masse G die Kontinuitätsbedingung

$$G = G_1 + G_2 = F_m \varrho_m w_m, \quad (38)$$

die sich mit dem spezifischen Volumen v_m und dem spezifischen Querschnitt $f = F_m/G$ schreiben läßt

$$v_m = f \cdot w_m. \quad (39)$$

Die Energiegleichung liefert die Ruheenthalpie des gemischten Stromes

$$i_{0m} = g_1 i_{01} + g_2 i_{02}, \quad (40)$$

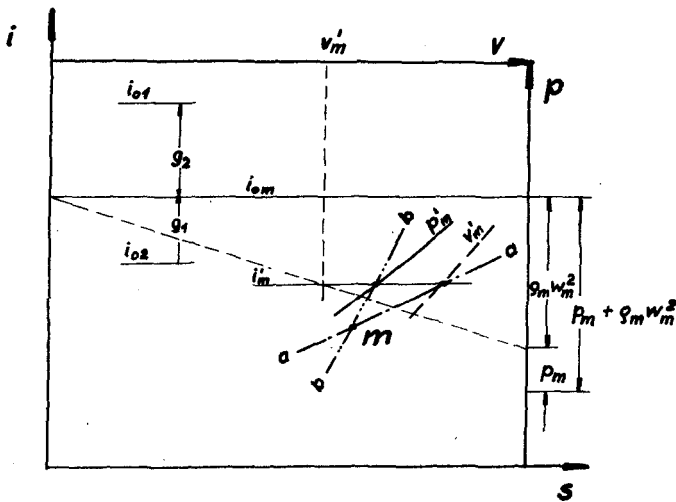


Bild 13. Mischung bei konstantem Querschnitt

worin $g_1 = G_1/G$ und $g_2 = G_2/G$ die Massenanteile von Strom „1“ bzw. „2“ bedeuten. Zur Bestimmung des Mischzustandes „m“ schätzt man zunächst ein i_m' , kann somit aus der Beziehung

$$i_{0m} - i_m = \frac{1}{2} w_m^2 \quad (41)$$

w_m' am bekannten Geschwindigkeitsmaßstab abgreifen und nach Gleichung (39) v_m' errechnen. Hat man von i_{0m} aus die Strecke $p_m + \varrho_m w_m^2$ auf der P -Skala nach unten abgetragen, so ergibt sich der Druck P_m' aus der in Bild 13 ersichtlichen Konstruktion. Man erhält so auf i_m' zwei Punkte (einen als Schnittpunkt mit P_m' und einen als Schnittpunkt mit v_m'), die bei Wiederholung des Verfahrens einen Linienzug $a-a$ und einen weiteren $b-b$ beschreiben, die sich im Punkt „m“ der Mischung schneiden.

3.5 Darstellung von Schubgrößen

In Verbindung mit dem i, s -Diagramm lassen sich an der „ P “-Skala auch spezifische Schubkräfte x abgreifen. So ist z. B. für einen Raketenantrieb der Schub X gegeben durch

$$X = F_e (P_e - P_a) + F_e \varrho_e w_e^2, \quad (42)$$

wenn F_e den Endquerschnitt, P_e den Enddruck der Düse bezeichnet, P_a den Außendruck, ϱ_e die Dichte am Düsenende und w_e die Endgeschwindigkeit.

Mit $x = X/F_e$ und der Ruheenthalpie i_0 wird

$$x = P_e - P_a + \varrho_e w_e^2 = P_e - P_a + \frac{2}{v_e} (i_0 - i_e). \quad (43)$$

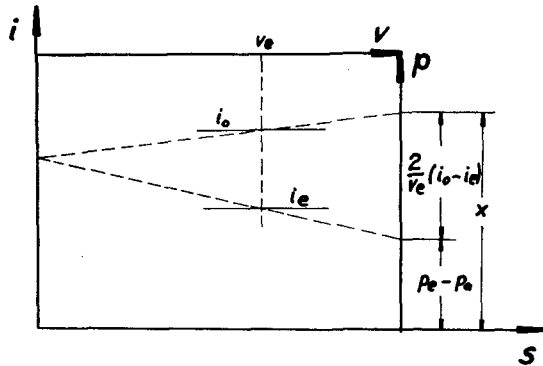


Bild 14. Schub einer Rakete

Diese Größen lassen sich auf der „ P “-Skala unter Verwendung des Strahlensatzes geometrisch addieren (Bild 14)*).

Als weiteres Beispiel soll der Schub einer Lorindüse bestimmt werden. Hier ist mit den Bezeichnungen nach Bild 15

$$F_1 (\varrho_1 w_1^2 + P_1) - F_4 (\varrho_4 w_4^2 + P_4) = (F_4 - F_1) (x - P_a), \quad (44)$$

wenn der spezifische Schub x auf die Flächendifferenz $F_4 - F_1$ bezogen ist. Durch Umformung erhält man

$$P_a - x = P_1 + \varrho_1 w_1^2 + \frac{F_4}{F_4 - F_1} [(P_4 + \varrho_4 w_4^2) - (P_1 + \varrho_1 w_1^2)]. \quad (45)$$

Es läßt sich also wieder mit $\varrho w^2 = \frac{2}{v} (i_0 - i)$ der Wert $P_a - x$ durch einfache geometrische Addition an der „ P “-Skala abgreifen (Bild 15).

*) Über die Konstante a s. Fußnote auf Seite 85.

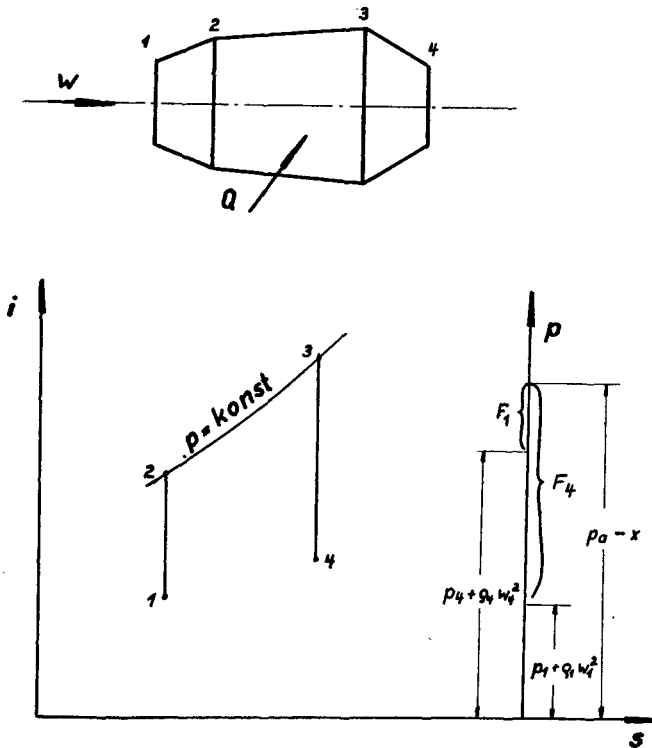


Bild 15. Schub einer Lorindüse

4. Nichtgleichgewichtszustände

4.1 Allgemeines

Zur Berechnung der Zustandsgrößen wurden in den ersten Abschnitten die Gültigkeit des idealen Gasgesetzes und thermodynamisches Gleichgewicht vorausgesetzt. Die Gültigkeit des idealen Gasgesetzes kann nach *Finkelburg* und *Maecker* [7] allgemein angenommen werden; umstritten ist hierbei jedoch die Frage, in welchem Maße die Ionisierungsspannung durch den Einfluß der Felder benachbarter Ionen herabgesetzt werden muß [25, 26, 27]. In der vorliegenden Arbeit wurden bei Zahlenrechnungen die Ionisierungsspannungen nicht erniedrigt.

Im thermodynamischen Gleichgewicht müssen alle vorkommenden Energiezustände nach der Boltzmann-Statistik verteilt sein, es müssen also alle Teilgase (Elektronengas, Ionengas, Atomgas) gleiche Temperatur besitzen, weiter müssen die Photonenemissionen den Absorptionen gleich sein. Diese Forderung ist exakt nur in einem Hohlraum erfüllt, dessen Berandung die Temperatur des Plasmas angenommen hat, und welcher von schwarzer Hohlraumstrahlung durchsetzt ist. In welchem Maße sind diese Forderungen realisierbar? Die Frage, inwieweit bei vorgegebenen Außenbedingungen, etwa in einem elektrischen Feld, die Teilgase im Gleichgewicht miteinander stehen können,

ist von verschiedenen Autoren [7, 8, 9] untersucht worden. Danach wird heute für die meisten vorkommenden Probleme vorausgesetzt, daß die Teilgase hinreichend genau den Gleichgewichtszustand erreichen, wenn nicht zu geringe Dichten und zu kurze Zeiten vorliegen.

Wie steht es aber um das Gleichgewicht zwischen Materieteilchen und Strahlung? Entspannt man zum Beispiel einen Plasmastrom in einer Düse aus festem Wandungsmaterial, so werden die Düsenwandungen aus Materialgründen eine viel tiefere Temperatur als der Plasmastrahl haben müssen und können daher nicht im Strahlungsgleichgewicht mit dem Plasma stehen. Es wird also, zumindest in der Nähe der Wandung, keine schwarze Hohlraumstrahlung vorhanden sein können, wie sie zur Einstellung thermodynamischen Gleichgewichts erforderlich wäre. Vielleicht wird sich, wenn die Abmessungen der Düse groß genug sind, im Kern des Strahles nahezu der Gleichgewichtszustand einstellen können; dieser ist also nicht nur vom Zustand, sondern auch von der räumlichen Ausdehnung des Plasmas abhängig. Nach *Finkelburg* und *Maecker* [7] genügt zur Absorption von Resonanzlinien eine räumliche Ausdehnung von Bruchteilen von Millimetern, die Verhältnisse werden aber wesentlich ungünstiger für Übergänge von höheren Termen auf den Grundzustand oder gar auf angeregte Zustände. Nach *Sänger* [28] werden die Photonen im Plasma nahezu vollständig absorbiert, wenn die optische Schichtdicke $l \cdot N \sigma$ größer als etwa 4,6 ist; das Verhältnis der freien Weglänge λ der Photonen zu den geometrischen Abmessungen l des Plasmakörpers muß damit kleiner als $\lambda/l = 0,0384$ sein. Die zur Einstellung des Gleichgewichtszustandes notwendige Raumausdehnung l des Plasmas hängt somit wesentlich von den optischen Wirkungsquerschnitten σ der Atome und Ionen ab. Dieser ist nach *Sänger* [28] zum Beispiel für Wasserstoff von $10\,000\text{ °K}$ $\sigma \approx 5 \cdot 10^{-23}\text{ cm}^2$, hier wird also die minimale Größenausdehnung bei einer Teilchendichte $N \approx 10^{17}/\text{cm}^3$, entsprechend etwa einem Druck von 1 bar, $l_{\min} \approx 10^6\text{ cm}$; bei einer Temperatur von etwa $25\,000\text{ °K}$ und einem Druck von etwa 100 bar mit $\sigma \approx 2 \cdot 10^{-19}\text{ cm}^2$ und $N \approx 10^{19}\text{ cm}^{-3}$ wird $l_{\min} \approx 25\text{ cm}$. Bei noch höheren Temperaturen nehmen die optischen Wirkungsquerschnitte von Wasserstoff mit zunehmender Totalionisation sehr stark ab, und somit die minimale Größenausdehnung außerordentlich zu. Man erkennt, daß unter gewissen, günstigen Bedingungen l_{\min} in die Größenordnung der Abmessungen technischer Apparate kommen kann, und man in diesen Fällen auch praktisch mit der Einstellung des thermodynamischen Gleichgewichtszustandes rechnen kann. In sehr vielen Fällen wird man jedoch vom Gleichgewichtszustand sehr weit entfernt sein. In welchem Maße sich das fehlende Strahlungsgleichgewicht auf die Einstellung eines thermodynamischen Gleichgewichtszustandes überhaupt auswirkt, soll in den nächsten Abschnitten untersucht werden.

4.2 Verallgemeinerte Elwertische Ionisationsformel

Nichtgleichgewichtszustände sind für Plasmen bisher vorwiegend im Zusammenhang mit astrophysikalischen Problemen untersucht worden. Hier treten zum Beispiel in Gasnebeln oder der Sonnenkorona Ionisationszustände auf, die weit vom thermodynamischen Gleichgewicht entfernt sind. Zur Ermittlung derartiger Ionisationszustände muß man den Mechanismus der

Ionisation und Rekombination der Teilchen untersuchen. Es treten im wesentlichen vier Elementarprozesse auf, und zwar ist je cm^3 und s die Zahl der

Photoionisationen	$N_i Q_{12}$
Photorekombinationen	$N_{i+1} N_e Q_{21}$
Ionisationen durch Elektronenstoß	$N_i N_e S_{12}$
Rekombinationen durch Dreierstöße	$N_{i+1} N_e^2 S_{21}$

Hierin bedeuten N_i die Zahl der i -fach ionisierten, N_{i+1} die Zahl der $(i+1)$ -fach ionisierten Atome, N_e die Zahl der Elektronen, alle bezogen auf 1 cm^3 . Q_{12} , Q_{21} , S_{12} und S_{21} sind die Wahrscheinlichkeitskoeffizienten für die betreffenden Elementarprozesse. Im Beharrungszustand muß die Zahl der Ionisationen gleich der der Rekombinationen sein, und man erhält nach *Elwert* [11] die verallgemeinerte Ionisationsformel

$$\frac{N_{i+1} \cdot N_e}{N_i} = \frac{Q_{12} + N_e \cdot S_{12}}{Q_{21} + N_e \cdot S_{21}}. \quad (46)$$

Diese enthält als Sonderfälle die EGGERT-SAHA-Gleichung, eine ebenfalls von *Elwert* angegebene Ionisationsformel für die Sonnenkorona und eine Ionisationsformel der Gasnebel. Für die Wahrscheinlichkeitskoeffizienten der Elementarprozesse wurden von *Elwert* Berechnungsformeln angegeben. Diese Größen sind auf Grund ihrer Herleitung mit größeren Unsicherheiten behaftet.

Ein Grenzfall soll im folgenden ausführlicher untersucht werden: Der Ionisationszustand eines Plasmas, bei dem die erzeugte Strahlung entweicht, ohne Photoionisationen hervorzurufen. Es sollen also an Elementarprozessen lediglich die Stoßionisationen, Photorekombinationen und Dreierstoßrekombinationen berücksichtigt werden. Für diesen Fall erhält man aus (46) die Beziehung

$$\frac{N_{i+1} \cdot N_e}{N_i} = \frac{N_e S_{12}}{Q_{21} + N_e S_{21}}. \quad (47)$$

Zusammen mit dem Dalton-Gesetz (3) und der Forderung elektrischer Neutralität (4) erhält man genügend Bestimmungsgleichungen für die unbekannten Teilchenzahlen N_i und N_e , bzw. für die entsprechenden Raumanteile r_i und r_e . Dabei besteht zwischen den Teilchenzahlen N_i und den Raumteilen r_i die bekannte Beziehung

$$N_i/N_g = r_i, \quad (48)$$

mit der Gesamtteilchenzahl

$$N_g = P/kT \quad (49)$$

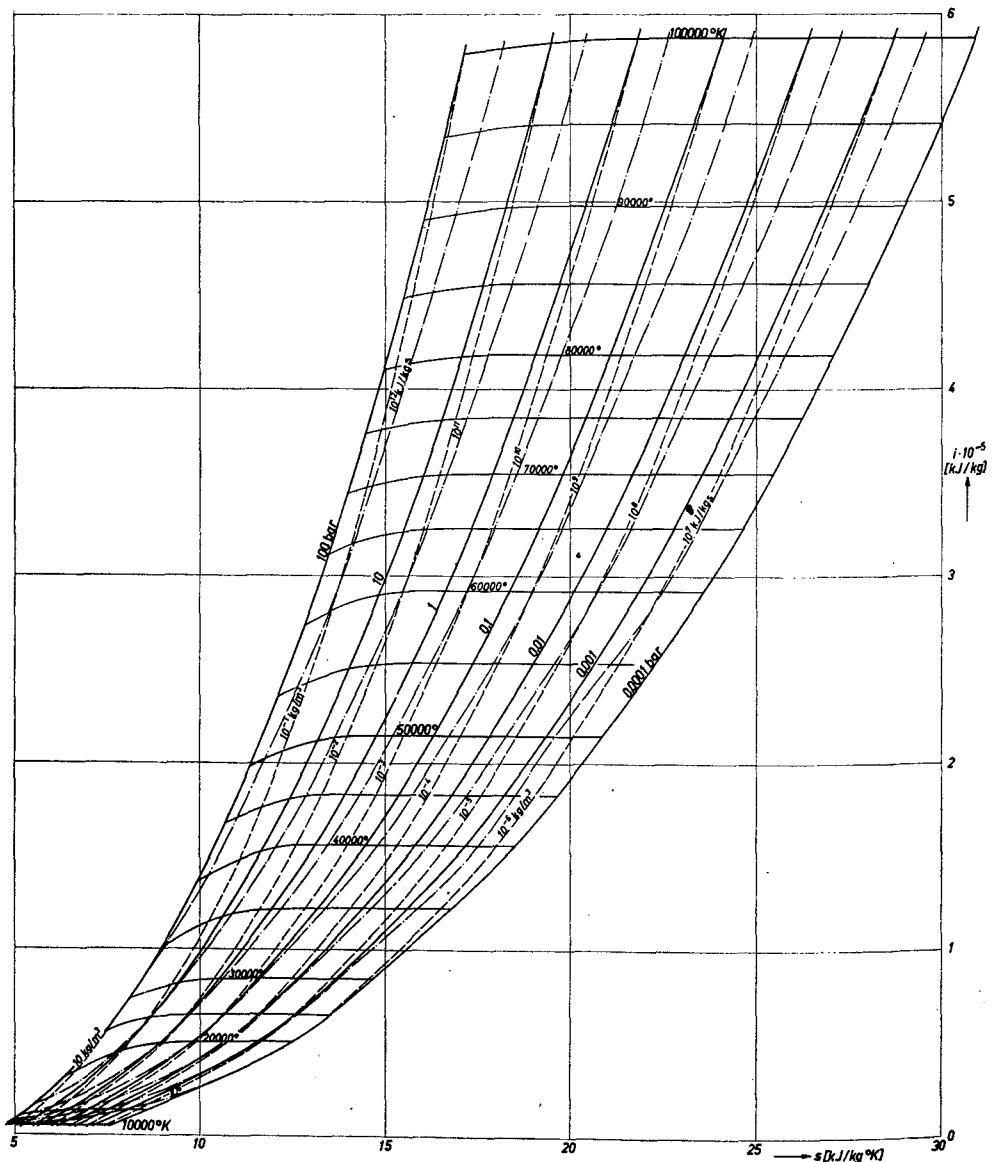
(Druck P , Boltzmannkonstante k , Temperatur T).

Enthalpie, Entropie und Dichte eines solchen Nichtgleichgewichtsplasmas lassen sich dann wieder nach den Formeln (5), (6) und (7) berechnen.

Die vorliegenden Berechnungen wurden auf dem elektronischen Digitalrechner Z 22 durchgeführt.

4.3 Nichtgleichgewichts-Enthalpie-Entropie-Diagramm

Die Zustandswerte der Enthalpie und Entropie lassen sich zum Beispiel in einem i, s -Diagramm darstellen (Tafel 4). Bei hohen Drucken stimmen die Zustandswerte bis zu Temperaturen von etwa 50 000 °K einigermaßen mit den entsprechenden Gleichgewichtsgrößen überein (Tafel 2). Dies liegt



Tafel 4. Enthalpie-Entropie-Diagramm für Argonplasma im Nichtgleichgewicht.

darán, daß bei hohen Drucken die Stoßprozesse gegenüber den Photorekombinationen derart überwiegen, daß der thermodynamische Gleichgewichtszustand auch beim Versagen der Photoprozesse nahezu erreicht ist. Mit abnehmendem Druck entfernt man sich aber immer mehr vom Gleichgewichtszustand und erreicht bei etwa 1 bar einen Ionisationszustand, der dem der Sonnenkorona ähnelt. Hier ist der Ionisationsgrad unabhängig vom Druck, und die Isothermen verlaufen somit parallel zur Abszissenachse*). Die Isobaren und die Linien gleicher Dichte verlaufen als leicht gekrümmte Linien.

Im Gegensatz zum Gleichgewichtsdiagramm ist die Neigung der Isobaren nicht der absoluten Temperatur gleich, sondern hat einen kleineren Wert. Diesen erhält man aus der Gibbsschen Grundgleichung [29] für chemische Systeme mit der von *de Donder* eingeführten chemischen Affinität A und dem Fortschrittsgrad ξ der chemischen Reaktion:

$$T ds = di - v dP + A d\xi. \quad (50)$$

(T Temperatur, s Entropie, i Enthalpie, v spez. Vol., P Druck.) Aus (50) erhält man die verallgemeinerte Tangentialbedingung

$$\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_P = T \left\{ 1 - \frac{A}{T} \left(\frac{\partial \xi}{\partial s}\right)_P \right\}. \quad (51)$$

Die chemische Affinität wird für ideale Gase nach *Prigogine* [30, 31]

$$A = R \cdot T \cdot \ln \frac{K(P, T)}{r_1^{v_1} \cdot r_2^{v_2} \cdots r_n^{v_n}}, \quad (52)$$

worin K die Gleichgewichtskonstante der chemischen Reaktion bedeutet. Im Falle des thermodynamischen Gleichgewichts wird $A = 0$; Gleichung (51) geht dann in die bekannte Beziehung für Gleichgewichtssysteme über

$$\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_P = T. \quad (53)$$

Gleichung (50) spielt eine wichtige Rolle in der Thermodynamik irreversibler Prozesse. Mit dem ersten Hauptsatz erhält man nämlich aus Gleichung (50) die Änderung der Entropie

$$ds = \frac{dq}{T} + \frac{A}{T} d\xi, \quad (54)$$

die sich zusammensetzt aus einem Anteil dq/T , der bedingt ist durch Austausch von Wärme mit der Umgebung, und der sogenannten Entropieerzeugung $\frac{A}{T} d\xi$ im Innern des Systems.

Die *Elwertschen* Ansätze über den Mechanismus der Ionisation und Rekombination liefern eine Abschätzung für die vom Plasma ausgestrahlte Energie. Sie erlauben nämlich, die Zahl der Photorekombinationen in der

*) Für diesen Ionisationszustand wurden für Argonplasma bereits Enthalpie-Entropiediagramme gerechnet. [12, 13].

Zeiteinheit $N_{i+1} N_e Q_{21}$ bei bekanntem Wirkungsquerschnitt Q_{21} zu berechnen. Multipliziert man diesen Wert mit der bei der Rekombination freierwerdenden Ionisationsenergie E_i und dem spezifischen Volumen $\frac{1}{\rho}$ des Plasmas, so erhält man eine Aussage über die pro Zeit- und Masseneinheit ausgestrahlte Energie E_s :

$$E_s = \frac{1}{\rho} \sum_i N_{i+1} \cdot N_e \cdot Q_{21} \cdot E_i \quad \text{kW/kg} . \quad (55)$$

Auf diese Weise wurden Linien konstanter Energieabstrahlung berechnet und in das Diagramm eingezeichnet. Im Zahlenwert E_s ist nicht enthalten

1. die kinetische Energie der eingefangenen Elektronen, die beim Rekombinationsvorgang ganz oder teilweise mit ausgestrahlt werden kann,
2. die Abstrahlung angeregter Atome, sofern diese nicht durch Rekombination in höhere Schalen entstanden sind,
3. Elektronen-Bremsstrahlung.

In dem betrachteten Temperaturbereich $T \ll 10^8$ °K ist nach *Sänger* die Elektronenbremsstrahlung gegenüber dem Rekombinations- und Termpektrum zu vernachlässigen. Die unter 1. und 2. angeführten Energien dürften aber wesentliche Beiträge zur Ausstrahlung liefern; insofern stellen die angegebenen Zahlenwerte für die Ausstrahlung einen unteren Grenzwert dar. — Für einen Argonbogen von 2 mm Länge und 1 mm Durchmesser ist zum Beispiel die Ausstrahlung bei einer Temperatur $T = 30\,000$ °K und einem Druck $P = 1$ bar $E_s \approx 10^{10} \frac{\text{kW}}{\text{kg}}$. Die Plasmamasse dieses Lichtbogens ergibt sich aus den geometrischen Abmessungen und der Dichte ρ ; damit erhält man die Ausstrahlung zu 0,16 kW. Bei der Leistungsaufnahme des Bogens von etwa 5 kW macht die Ausstrahlung also etwa 3 % aus, entsprechend den bisherigen Erfahrungen der Lichtbogenphysik.

Die eingezeichneten Linien $E_s = \text{konst}$ gestatten außerdem die geometrische Ausdehnung des Plasmas abzuschätzen, bei der der Verwirklichung des angenommenen Ionisationszustandes Grenzen gesetzt sind. Das ist sicher dann der Fall, wenn das Plasmavolumen so groß wird, daß die innerhalb dieses Volumens erzeugte Strahlungsenergie so stark wird, wie die entsprechende schwarze Strahlung, die von der Oberfläche eines gleich großen Volumens ausgehen würde. Es gibt nämlich unter den gegebenen Bedingungen keine andere Strahlungsart, die bei gleicher Temperatur energiereicher als die schwarze Strahlung sein kann. Ist die Plasmaausdehnung größer als diese Gültigkeitsgrenze, so dürfte der wirkliche Plasmazustand irgendwo zwischen dem Gleichgewichtszustand und dem in diesem Abschnitt behandelten Nichtgleichgewichtszustand liegen.

Eine solche Gültigkeitsgrenze muß in jedem Falle existieren, da die ausgestrahlte Energie E_s dem Volumen, die von der Oberfläche eines schwarzen Körpers ausgehende schwarze Strahlung hingegen der Oberfläche des Plasmakörpers proportional ist.

Die im Innern einer Plasmakugel vom Radius r je Sekunde erzeugte Strahlung ist

$$E_k = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot E_s \quad \text{kW.} \quad (56)$$

Die Schwarzstrahlung einer Kugeloberfläche vom Radius r ist

$$E_{\text{sch}} = 4 \pi r^2 \cdot 56,7 \cdot \left(\frac{T}{1000} \right)^4 \text{ kW.} \quad (57)$$

Durch Gleichsetzen erhält man für ein Kugelvolumen den Gültigkeitsradius

$$r_k = 170 \frac{(T/1000)^4}{E_s \cdot \rho} \text{ m.} \quad (58)$$

Bei 4 bar und 65 000 °K wird $r \approx 5$ m, bei 1 bar und 20 000 °K wird $r \approx 20$ cm. Diese Gültigkeitsgrenze kann ihrer Herleitung gemäß lediglich eine größenordnungsmäßige Abschätzung sein, die aber bei der Beurteilung realer Verhältnisse recht nützlich sein dürfte.

4.4 Anwendungsmöglichkeiten des Nichtgleichgewichts-Diagrammes

a) Wärmezufuhr bei konstantem Druck

Bei dem vorliegenden Nichtgleichgewichtsplasma wird nach Voraussetzung die gesamte, vom Plasma erzeugte Strahlung an die Umgebung abgeführt. Will man also einen Beharrungszustand aufrechterhalten, so muß die abgestrahlte Energie durch Zufuhr anderer Energieformen, z. B. im Lichtbogen durch elektrische Aufheizung oder im Stoßwellenrohr durch Umwandlung mechanischer Energie in Wärme kompensiert werden. Führt man mehr Energie zu, als der Abstrahlung entspricht, so kann das Plasma aufgeheizt werden, führt man weniger zu, so kühlt sich das Plasma ab. Es ist nach dem ersten Hauptsatz die zugeführte Wärmemenge

$$dq = du + P dv = di - v dP, \quad (59)$$

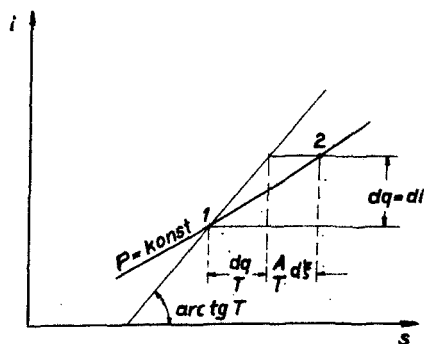


Bild 18. Wärmezufuhr bei konstantem Druck

wenn diese lediglich zur Erhöhung der inneren Energie und zur Leistung einer mechanischen Arbeit $dL = P dv$ verbraucht wird und keine weiteren

Energieformen, z. B. Energie eines elektrischen Stromes, auftreten. Diese Wärmemenge dq ist der Differenzbetrag aus der dem Plasma während einer bestimmten Zeit zugeführten Energie dE_z und der vom Plasma durch Strahlung und Wärmeleitung abgeführten Energie dq_s , also

$$dq = dE_z - dq_s. \quad (60)$$

Wird die Energie bei konstantem Druck zugeführt, so ist nach (59)

$$(dq)_P = (dE_z - dq_s)_P = di. \quad (61)$$

Beachtet man, daß q_s die während einer bestimmten Zeit abgeführte Energie bedeutet, und E_z die während der gleichen Zeit zugeführte, so gibt Gleichung (61) die Änderung der Enthalpie ebenfalls während dieser Zeit an. Die in das Diagramm eingezeichneten Linien konstanter Abstrahlungsenergie können somit in Verbindung mit Aussagen über die Wärmeleitung zur Abschätzung sowohl für die aufzuwendende Leistung als auch für die Aufheizzeiten eines Plasmas herangezogen werden.

Die Änderung der Entropie ist bei diesem Aufheizvorgang des Nichtgleichgewichtsplasmas wegen (54) um den Betrag $\frac{A}{T} d\xi$ größer als der Wert $\frac{dq}{T}$ um den sich die Entropie beim Aufheizen eines Gleichgewichtsplasmas ändern würde (Bild 16).

Wird die Zufuhr von Energie unterbunden, so kühlt sich das Plasma bei hohen Temperaturen allein durch die Ausstrahlung innerhalb weniger Mikrosekunden ab (Tafel 4). Es ist dabei die Frage zu klären, ob während dieser kurzen Abkühlzeiten die Teilgase noch einheitliche Temperatur besitzen können oder ob bei der Abkühlung irgendwelche andere Nichtgleichgewichtszustände durchlaufen werden, die vielleicht ganz anders geartet sein können als der in diesem Abschnitt behandelte Nichtgleichgewichtszustand. Dazu muß die Einstellzeit der Maxwellverteilung der Materieteilchen abgeschätzt werden. Weizel und Rompe [8] geben die Einstellzeit der Maxwellverteilung der Elektronen zu etwa 10^{-12} s und der Atome zu etwa 10^{-8} bis 10^{-10} s an. Diese Werte beziehen sich auf den Lichtbogen, sie dürften bei höheren Temperaturen noch kleiner sein.

Ist die Energiezufuhr unterbunden, so muß bei der Abkühlung die Translationsenergie der schweren Teilchen ständig auf die Elektronen übertragen werden, da Ionisations- und Anregungsprozesse fast ausschließlich durch Elektronenstoß erfolgen. Bei der Energieübertragung von schweren auf leichte Teilchen dürfte aber wegen des günstigeren Massenverhältnisses viel eher der Gleichgewichtszustand erreicht sein als bei dem umgekehrten Vorgang. Somit dürfte auch die extrem schnelle, spontane Abkühlung eines Plasmas so lange mit gleichmäßiger Temperatur der Teilgase erfolgen, wie die Maxwellverteilung der schweren Teilchen nicht gestört ist. Es wird also in jeder Phase der Abkühlung der in diesem Abschnitt behandelte Nichtgleichgewichtszustand vorliegen können.

Die Entropieerzeugung $\frac{A}{T} d\xi$ wird bei der Abkühlung negativ. Nach dem zweiten Hauptsatz muß aber die Summe der Entropieerzeugungen aller am

betrachteten Prozeß irgendwie beteiligten Systeme stets positiv sein. Bei der Abkühlung ist außer dem Plasma selbst nur die Strahlung beteiligt, die aus dem Plasma entweicht. Die Entropieproduktion bei der Erzeugung von Strahlungsenergie der Temperatur T muß also nach dem zweiten Hauptsatz dem Betrage nach größer sein als der Betrag der Entropieerzeugung im Innern des Plasmas $\left| \frac{A}{T} d\xi \right|$.

b) Entspannung in einer Düse

Für reibungslose stationäre Strömung liefert die Energiebilanz zwischen den sehr nahe liegenden Strömungsquerschnitten 1 und 2 bei Vernachlässigung der potentiellen Energie die Beziehungen

$$dq = di + w dw \quad (62)$$

$$dq = di - v dP \quad (63)$$

(q zugeführte Wärme, i Enthalpie, w Geschwindigkeit, v spezifisches Volumen, P Druck), in denen die Bernoulli-Gleichung

$$w dw = - v dP \quad (64)$$

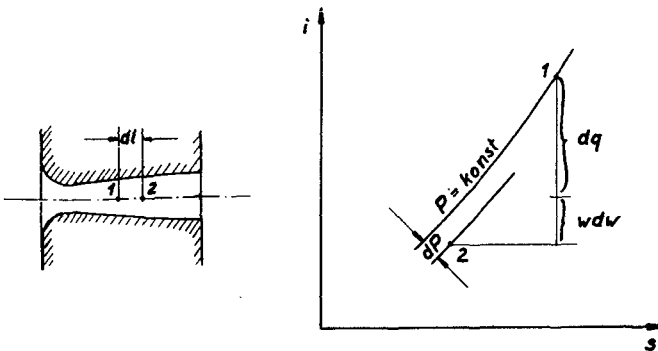


Bild 17. Entspannung in einer Düse

enthalten ist. Bewegt man sich mit der Strömung vom Querschnitt 1 um den differentiellen Weg dl nach Querschnitt 2, so wird das Druckgefälle dP im allgemeinen durch strömungstechnische Gesichtspunkte vorgegeben werden müssen. Mit der Kontinuitätsbeziehung

$$\frac{w \cdot f}{v} = 1, \quad (65)$$

worin f der spezifische Querschnitt $f = F/G$ bedeutet, liefert Gleichung (64)

$$dw = - f \cdot dP. \quad (66)$$

Die Wärmemenge dq , die auf dem Weg dl abgeführt wird, setzt sich zusammen aus der Strahlungswärme und dem konvektiven Wärmeübergang. Letzterer ist in jüngster Zeit für Plasmen verschiedentlich experimentell

untersucht worden [32] (dort weitere Literatur). Die auf dem Weg dl abgegebene Strahlungswärme läßt sich mit der Geschwindigkeit w anhand der Linien konstanter Abstrahlung abschätzen. Die differentielle Änderung der Enthalpie ist somit nach (62) bestimmt, und mit dP der Zustand 2 festgelegt. Ersetzt man die Differentiale durch Differenzen, so kann man Strömungszustand und Düsenverlauf schrittweise ermitteln (Bild 17).

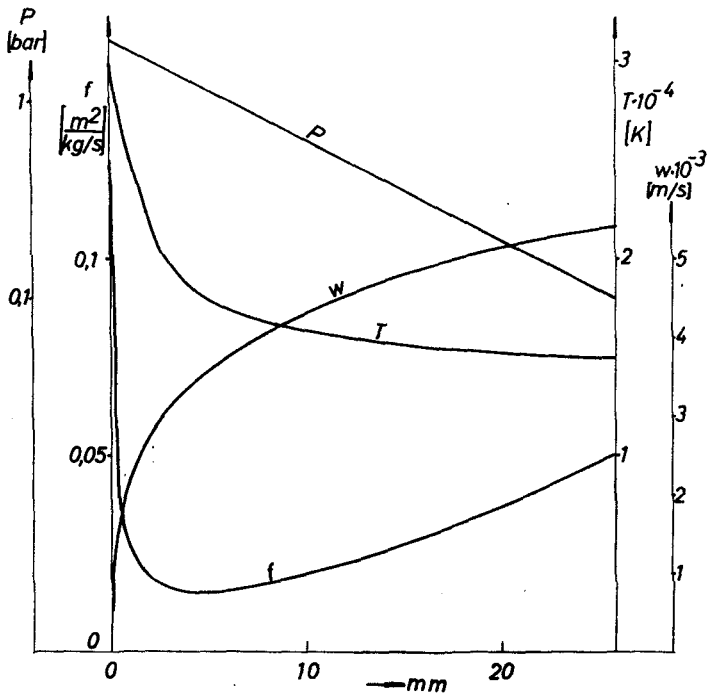


Bild 18. Beispiel einer Düsenströmung mit Argonplasma

Beispiel: Argonplasma vom Zustand $T = 30\,000^\circ\text{K}$, $P = 2\text{ bar}$, ströme mit einer Geschwindigkeit $w = 500\text{ m/s}$ in eine Düse und werde darin auf $0,1\text{ bar}$ entspannt. Der Druckverlauf längs der Düse kann willkürlich vorgegeben werden; der Logarithmus des Druckes sei hier linear fallend angenommen (Bild 18). Für den Wärmeentzug wurde nur die Strahlungswärme berücksichtigt, nicht aber der konvektive Wärmeübergang. Eine Abschätzung ergab, daß letzterer gegen die Strahlung zu vernachlässigen ist.

Nach dem oben angegebenen Verfahren wurde die Düse schrittweise durchgerechnet, als Ergebnisse dieser Rechnung sind in Bild 18 spezifischer Querschnitt f , Plasmageschwindigkeit w und die Plasmatemperatur T längs der Düse aufgetragen. Von dem sehr steilen Temperaturabfall am Düsen Eintritt abgesehen, gibt der Verlauf der Kurven grundsätzlich gegenüber den herkömmlichen Düsenströmungen kein ungewöhntes Bild. Ganz anders verhält

es sich mit dem Energieumsatz in der Düse. Vom Wärmehalt des Plasmas wird nur ein kleiner Bruchteil in Strömungsenergie umgewandelt, der größere Teil geht vorwiegend im ersten Teil der Düse durch Ausstrahlung verloren. In Bild 19 sind diese Verhältnisse veranschaulicht. Von der Ruheenthalpie i_0 des Plasmas ist im eingezeichneten Querschnitt der Düse noch ein Wärmehalt i im Plasma vorhanden, ein Teil $\frac{w^2}{2}$ in Strömungsenergie umgesetzt und der Rest q_s auf dem zurückliegenden Weg abgestrahlt worden.

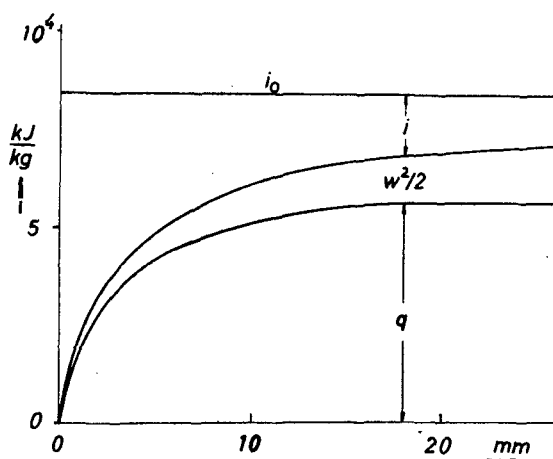


Bild 19. Energieumsatz bei einer Düsenströmung

Das Verhältnis Ausstrahlung zu Strömungsenergie ist um so ungünstiger, je höher die verwendeten Drucke sind. Bei hohen Drucken kann das Plasma innerhalb von Bruchteilen von Mikrosekunden fast restlos abgekühlt sein, bevor es überhaupt in nennenswertem Maße in der Düse beschleunigt werden konnte. Man muß daher z. B. bei Plasmaantrieben bestrebt sein, entweder bei niedrigen Brennkammerdrucken zu arbeiten oder das Plasma nicht auf konventionellem Wege in Düsen, sondern beispielsweise magnetisch zu beschleunigen.

Die Abstrahlung bringt noch eine weitere Besonderheit gegenüber den herkömmlichen Düsenströmungen. Während es bei der isentropen Strömung unmöglich ist, ein Gas in einer Rohrstrecke konstanten Querschnitts zu beschleunigen, ist dies bei einem Plasma mit großen Strahlungsverlusten wohl denkbar. Beschleunigt man ein solches Plasma in einer Düse, so wird man am Düsen Eintritt (wie bei isentroper Entspannung) eine Zunahme der Geschwindigkeit und eine Abnahme der Dichte beobachten, derart, daß der spezifische Querschnitt abnimmt. Von einer bestimmten Geschwindigkeit an (bei isentropen Düsenströmungen ist dies die Schallgeschwindigkeit) würde bei einer weiteren Druckabsenkung die Dichte stärker abnehmen, als die Geschwindigkeit zunehmen könnte, derart, daß der Düsenquerschnitt erweitert

werden muß. Die Ausstrahlung hingegen hat eine Zunahme der Dichte zufolge. Da ein Parameter (entweder die Düsenlänge Δl oder die Druckabsenkung ΔP) noch frei verfügbar ist, kann dieser z. B. so bestimmt werden, daß die Zunahme der Dichte durch Ausstrahlung deren Abnahme durch die Entspannung gerade so kompensiert, daß der Querschnitt konstant bleibt.

c) Stoßwellen in Gasströmungen

Für die rechnerische Behandlung einer Stoßfront wird diese als Unstetigkeitsstelle aufgefaßt, in der selbst keine endlichen Energiemengen zu- bzw. abgeführt werden können*). In der Gasströmung vor bzw. hinter der Stoßwelle kann Energie sowohl zu- als auch abgeführt werden. Man muß daher die Strömung in drei Abschnitte unterteilen:

1. Die Gasströmung vor der Stoßwelle, die sich mit großer Geschwindigkeit relativ zur Stoßfront auf diese zubewegt. In der Gasströmung ist der Zustand des Gases im ganzen Bereich vor der Stoßfront unverändert gleich, solange keine Energie zugeführt wird.

2. Die Stoßwelle selbst, für die die Erhaltungssätze (Abschnitt 3) uneingeschränkt gültig sind, wenn „1“ und „2“ die Zustände unmittelbar vor bzw. unmittelbar hinter der Stoßwelle kennzeichnen. Ebenso können die angegebenen graphischen Verfahren angewendet werden.

3. Die hochoverhitzte Gasströmung hinter der Stoßwelle, von der z. B. bei konstantem Druck Energie durch Strahlung und Leitung abgeführt wird.

Zum Vergleich sei das Zahlenbeispiel aus Abschnitt 3.2 noch einmal durchgerechnet, wobei für das Plasma hinter der Stoßwelle der in diesem Abschnitt behandelte Nichtgleichgewichtszustand angenommen werde. Es ist also $P_1 = 0,01$ bar, $T_1 = 300^\circ$ K und $w_1 = 20\,000$ m/s vorgegeben. Der Zustand „2“ nach dem Verdichtungsstoß wird (nach Abschnitt 3) bestimmt zu

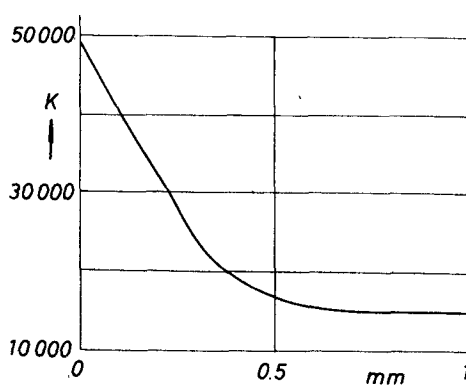


Bild 20. Temperaturverlauf hinter einer Stoßwelle

*) Bei einer wirklichen Stoßfront trifft dies nur in Näherung zu, da zu deren Aufbau endliche — wenn auch sehr kleine — Zeiten erforderlich sind und somit die Stoßwelle auch eine endliche — wenn auch kleine — Ausdehnung haben muß.

$P_2 \approx 60$ bar, $T_2 \approx 50\,000$ °K. Die Endtemperatur ist etwas höher als beim thermodynamischen Gleichgewicht, da infolge der fehlenden Photoionisation nicht so viele Teilchen ionisiert sind und somit die latente Wärme im Plasma kleiner ist. Hinter der Stoßfront strömt das Gas mit einer Geschwindigkeit $w_2 \approx 1600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ von der Stoßfront weg. Es wird Energie abgestrahlt, wobei sich das Plasma bei konstantem Druck abkühlt. In Bild 20 ist die Plasmatemperatur in verschiedenen Abständen hinter der Stoßfront aufgezeichnet. Man erkennt, daß bei dem hohen Enddruck von 60 bar in Bruchteilen von Millimetern der größte Teil der Plasmaenergie abgestrahlt ist. Erst bei etwa $15\,000$ °K, wenn die Ausstrahlung kleiner wird, fällt die Temperatur über größere Strecken nur langsam ab.

5. Literaturverzeichnis

- [1] *Hilsenrath, J. and Beckett, C. W.*: Tables of Thermodynamic Properties of Argon-free Air to $15\,000$ °K, MIPR — AEDC — 1, 1956.
- [2] *Logan, J. G. and Treanor, C. E.*: Tables of Thermodynamic Properties of Air from 3000 °K to $10\,000$ °K at Intervals of 100 °K, General Electric Company Sub-contract No. SDP — 1001.
- [3] *Gilmore*: Equilibrium Composition and Thermodynamic Properties of Air to $24\,000$ °K, Rand Corp. RM 1543, 1955.
- [4] *Sänger-Bredt, I.*: Astronaut. Acta 5 (1959), 97. Dort weitere Literatur.
- [5] *Predvoditelev* und Mitarbeiter: Tables of Thermodynamic Functions of Air, infosearch London, 1958.
- [6] *Bošnjaković, F.* und Mitarbeiter: Mollier Enthalpy-Entropy Charts for High-Temperature Plasmas in "Thermodynamic and Transport Properties of Gases, Liquids and Solids", New York, 1959.
- [7] *Finkelburg, W. und Maecker, H.*: Elektrische Bögen und thermische Plasmen in „Handbuch der Physik“ Bd. 22, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1956.
- [8] *Weizel, W. und Rompe, R.*: Theorie elektrischer Lichtbögen und Funken, Leipzig, 1949.
- [9] *Busz, G. und Finkelburg, W.*: Z. Phys., 138 (1954), 212.
- [10] *Groening, H. und Weymann, H. D.*: Measurement of the Boundary Layer Thickness and Relaxation of Ionization behind Strong Shock Waves with a New Capacitive Probe, Technical Note TN — 1 EOARD TN — 58 — 387 AD 134294.
- [11] *Elwert, G.*: Z. Naturforschg. 7a (1952), 432 und 703.
- [12] *Sladzyk, G.*: Diplomarbeit T.H. Braunschweig, 1959.
- [13] *Tischbein, C.*: Studienarbeit T.H. Braunschweig, 1960.
- [14] *Feldman, S.*: Hypersonic Gas Dynamic Charts for Equilibrium Air, AVCO Research, Laboratory, 1957.
- [15] *Lutz, O.*: Z. Flugwiss. 7 (1959), 281.
- [16] *Lutz, O.*: Kolloquium „Strömung und Verbrennung“ Kreuznach 1960, unveröffentlichter Vortrag.
- [17] *Münster, A.*: Statistische Thermodynamik, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1956.
- [18] *Unsöld, A.*: Physik der Sternatmosphären, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1955.
- [19] *Neumann, K. K.*: Diss. T.H. Braunschweig, 1959.
- [20] *Lutz, O. und Buschulte, W.*: Darstellung von Stoßdiffusorprozessen im p, w-Diagramm, DFL-Bericht Nr. 100 FBS 19/58.
- [21] *Petschek, Rose, Glick, Kane, Kantrowitz*: J. appl. Physics 26 (1955), 83.
- [22] *Tate, A.*: Paper presented to Conference on High Temperature Gas Properties of Advisory Group for Aeronautical Research and Development, Aachen 1959.
- [23] *Bostick, W. H.*: Phys. Rev. 104 (1956), 292.
- [24] *Kolb, A. C.*: Phys. Rev. 107 (1957), 345.
- [25] *Ecker, G. und Weizel, W.*: Ann. Phys., 6. Folge, 17 (1956), 126.

- [26] *Theimer, O.*: Z. Naturforschg. **12 a** (1957), 518.
- [27] *Brunner, J.*: Z. Phys. **159** (1960), 288.
- [28] *Sänger, E.*: Zur Strahlungsphysik der Photonen-Strahlantriebe und Waffenstrahlen, München, 1957.
- [29] *de Groot, S. R.*: Thermodynamics of Irreversible Processes, Amsterdam, 1952.
- [30] *Prigogine, I.*: Etude Thermodynamique des Phénomènes Irreversibles, Paris, Liège, 1947.
- [31] *Prigogine, I.*: Thermodynamics of Irreversible Processes, Springfield, 1955.
- [32] *Springe, W.*: Diss. T.H. Braunschweig, 1960.